UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ

LUIZ JUSTINO DA SILVA JUNIOR

ANÁLISE COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL SOBRE AEROFÓLIO EMPREGANDO MODELO DE TURBULÊNCIA DE DUAS EQUAÇÕES: ABORDAGEM EM REGIME SUBSÔNICO E SUPERSÔNICO

ILHÉUS - BAHIA
2015

LUIZ JUSTINO DA SILVA JUNIOR

ANÁLISE COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL SOBRE AEROFÓLIO EMPREGANDO MODELO DE TURBULÊNCIA DE DUAS EQUAÇÕES: ABORDAGEM EM REGIME SUBSÔNICO E SUPERSÔNICO

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do título de mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia à Universidade Estadual de Santa Cruz.

Área de Concentração: Modelagem Matemática e Computacional Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Flávio Pietrobon Costa

ILHÉUS – BAHIA
2015

S586 Silva Junior, Luiz Justino da.

Análise computacional de escoamento compressível sobre aerofólio empregando modelo de turbulência de duas equações: abordagem em regime subsônico e supersônico / Luiz Justino da Silva Junior. – Ilhéus, BA: UESC, 2015.

xiii, 69 f. : il.

Orientador: Flávio Pietrobon Costa.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia.

Inclui referências e apêndice.

1. Turbulência – Modelos matemáticos. 2. Método dos elementos finitos. 3. Navier-Stokes, Equações de. 4. Aerofólio. I. Título.

CDD 532.517

LUIZ JUSTINO DA SILVA JUNIOR

ANÁLISE COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL SOBRE AEROFÓLIO EMPREGANDO MODELO DE TURBULÊNCIA DE DUAS EQUAÇÕES: ABORDAGEM EM REGIME SUBSÔNICO E SUPERSÔNICO

Ilhéus, 27/10/2015.

Prof. Flávio Pietrobon Costa, D.Sc.
UESC
(Orientador)

Prof. Gesil Sampaio Amarante Segundo, Ph.D.
UESC

Prof. José Mário Feitosa Lima, D.Sc.
UEFS

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus, minha fonte de inspiração. Aos meus pais Luiz e Jocélia, pelo exemplo de determinação e amor incondicional. Aos meus irmãos Leonardo, Luane e Luara.

À minha namorada Analu, pela paciência, atenção, compreensão e disponibilidade em todos os momentos que precisei de apoio.

Agradecimento especial à minha madrinha Dilma (*in memoriam*) e à tia Ângela (*in memoriam*), pelos incentivos e ensinamentos. Aos demais familiares pelo constante suporte.

Ao meu orientador Flávio Pietrobon, pela disposição, paciência, detalhamento no esclarecimento das dúvidas, apoio moral, motivação e visão proporcionada durante o mestrado e a graduação.

Aos meus amigos e colegas do mestrado, pela experiência compartilhada, pela parceria no desenvolvimento dos trabalhos acadêmicos e pelos momentos de descontração no período em que estivemos juntos.

Aos professores, funcionários e estagiários do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia (PPGMC), pela relevante colaboração e excelente tratamento.

À COMSOL Multiphysics pela liberação da licença acadêmica temporária que viabilizou o uso do módulo CFD, aplicativo do COMSOL, na obtenção das soluções computacionais desta dissertação.

Ao professor Danilo Barquete e ao grupo de pesquisa DIMARE (Diamante e Materiais Relacionados) do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, pela contribuição na minha formação acadêmica.

ANÁLISE COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL SOBRE AEROFÓLIO EMPREGANDO MODELO DE TURBULÊNCIA DE DUAS EQUAÇÕES: ABORDAGEM EM REGIME SUBSÔNICO E SUPERSÔNICO

RESUMO

Os modelos de aerofólio NACA são amplamente empregados para a análise de escoamento e comportamento aerodinâmico das asas de aeronave durante específicas condições de voo. A simulação numérica de fluxo de fluido sobre esse dispositivo permite não só reduzir custos de projeto como também identificar parâmetros que precisam ser corretamente ajustado de modo a otimizar o desempenho e eficiência do aerofólio, associados com a sustentação, arrasto e estabilidade de voos. Este trabalho visa avaliar o escoamento do ar sobre dois tipos de aerofólio, adotando o modelo de turbulência k-ε, dividido em dois casos. O primeiro é feito em baixa velocidade (Mach = 0.15), com o uso de um domínio no formato "C" e geração de malha mapeada, comparando-se os resultados numéricos do NACA 0012 com os experimentais, e, posteriormente, com os resultados numéricos do NACA 64A004.29. Essa etapa visa assegurar a calibragem e funcionamento adequado do modelo computacional. O segundo aborda o fluxo de fluido em alta velocidade (Mach = 1.3) utilizando o NACA 64A004.29, com o emprego de um domínio retangular e construção de malha triangular distribuída. São estabelecidas as características presentes no regime supersônico, onde se faz a proposta de introdução de uma camada porosa no extradorso e compara-se esta com a mesma superfície superior sem tal camada. Desse modo, discute-se o ganho de sustentação que pode ser obtido ao investigar a distribuição de velocidade e pressão na extensão considerada do perfil de asa. A pesquisa resultou no desenvolvimento de inovação e gerou a patente, já depositada junto ao INPI, sob o pedido de código BR 10 2015 026140-3, sob o título "Aerofólio maximizador de força de sustentação por incorporação de camada superficial porosa", cujos direitos internacionais e nacionais de prioridade e propriedade industrial, são de exclusiva propriedade dos inventores e autores da patente, Flávio Pietrobon Costa e Luiz Justino da Silva Junior, e da UESC, e impedem sob as normas legais, utilizações comerciais ou industriais não autorizadas do conhecimento desenvolvido na presente dissertação.

COMPUTATIONAL ANALYSIS OF COMPRESSIBLE FLOW OVER AIRFOIL EMPLOYING TWO EQUATIONS TURBULENCE MODEL: APPROACH AT SUBSONIC AND SUPERSONIC BEHAVIOR

ABSTRACT

NACA airfoil models are widely used for stream analysis and aerodynamic behavior of aircraft wings during a specific flight condition. Fluid flow numerical analysis over such device allow not only to reduce project costs, but also identify parameters which need be correctly adjusted, in order to optimize efficiency and performance of the airfoil, associated with lift, drag and flight stability. This work aims to evaluate air flow over two types of airfoils, adopting k-ε turbulence model, divided in two cases. The first one is executed at low velocity (Mach = 0.15), with the use of “C” domain and a mapped mesh generation, comparing the NACA 0012 numerical results with experimental data, and, after, with the NACA 64A004.29 numerical results. This procedure allows a check to perfect workability of the computational model. The second one treats of fluid flow at high speed (Mach = 1.3) using NACA 64A004.29, with the employ of a rectangular domain and construction of distributed triangular mesh. The features present at supersonic regime are imposed, where the introduction of a porous layer is proposed, to be joined, on the upper camber, and measure it with the same surface without such layer. Thus, it’s discussed the lift gain which can be obtained with this procedure, investigating velocity and pressure distribution on the considered extension of the wing profile. This research allows the development on an innovation, and result in the patent BR 10 2015 026140-3, already placed at the INPI, under the title “Aerofólio maximizador de força de sustentação por incorporação de camada superficial porosa”. The exclusive priority and ownership belongs to the inventors, Flávio Pietrobon Costa and Luiz Justino da Silva Junior, and UESC institution, standing down legal norms the industrial or commercial employment without previous authorization of the knowledge developed in the present dissertation.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1. INTRODUÇÃO

Os métodos numéricos ganharam relevância na segunda metade do século XX (década de 1950) com o advento dos computadores. Tais técnicas são essenciais para se investigar problemas reais de engenharia, tais como na área de aerodinâmica, já que os métodos analíticos para resolução de equações diferenciais parciais são bastante limitados, exigem a adoção de muitas hipóteses simplificadoras para se encontrar uma função desejada, e, muitas vezes, não admitem solução para problemas de difícil representação.

Os métodos numéricos não fornecem solução exata, mas permitem, a partir de resultados aproximados, analisar problemas de grande complexidade, identificando possíveis respostas a partir de valores numéricos para as variáveis dependentes em estudo, de forma a proporcionar ganhos com respeito à tomada de decisões e eficiência na execução do projeto de interesse.

Conforme Chapra e Canales (2010), as razões de se estudar os métodos numéricos no campo de engenharia são:

1. Os métodos numéricos são ferramentas muito poderosas para a solução de problemas. São capazes de manusear grandes sistemas de equações, lineares e não lineares, e tem aplicação em geometrias complicadas, comuns às práticas de engenharia e quase sempre impossíveis de se resolver analiticamente. Eles aumentam a habilidade de quem os estuda para resolver problemas;
2. O uso de códigos e métodos computacionais para análise de problemas de engenharia é essencial, sendo que o uso inteligente de tais programas depende da teoria básica em que se baseiam esses métodos;
3. Uma implementação satisfatória ou aplicação adequada do método numérico em problema específico de engenharia permite ao projetista e/ou pesquisador aumentar sua capacidade intelectual, desenvolver-se profissionalmente, além de encontrar o resultado numérico desejado;
4. Os métodos numéricos são um meio para reforçar a compreensão das formulações matemáticas complexas, aumentando a capacidade de entendimento do tema em estudo.

A área da Aerodinâmica, mais especificamente a análise numérica de perfis de asa de aeronave, utiliza de métodos numéricos para a investigação do comportamento e propriedades do aerofólio bem como do fluido que interage com essa. Dentre os principais métodos numéricos utilizados em tal área, existem o método de Diferenças Finitas, Elementos Finitos e Volumes Finitos. Neste trabalho será dada ênfase ao Método de Elementos Finitos (MEF) como técnica de resolução de problemas, para avaliação numérica de um sistema equações diferenciais parciais, no campo da Aerodinâmica.

1.1 Contextualização

No dia 18 de dezembro de 2013 o Brasil anunciou a aquisição do caça Gripen NG, como vetor de defesa aérea para as próximas décadas. Aliada a esta decisão foi deliberada a inserção de empresas e instituições de ciência e tecnologia brasileiras no desenvolvimento do projeto e das tecnologias, no novo caça de combate.

A recente proposta se insere neste rol de esforços de desenvolvimento de tecnologias, buscando aprofundar pesquisas pretéritas (PIETROBON-COSTA, 2009; PIETROBON-COSTA et al., 2013), orientando os conhecimentos já desenvolvidos nas referidas pesquisas a aplicações no âmbito da otimização da capacidade de carga de asas de aeronave de voo supersônico.

Figura 1 – Caça Gripen NG.
Fonte: <http: \\www.mediaportal.saabgroup.com>.

As asas de aeronaves são inicialmente tratadas a partir de análises numéricas, com uma abordagem bidimensional ou tridimensional. Para se avaliar tais geometrias aerodinâmicas em duas dimensões, utiliza-se de formatos que representam a seção de determinada asa, chamadas de perfil de asa ou aerofólio. Para o estudo do comportamento aerodinâmico, tanto de aeronaves subsônicas quanto supersônicas, são utilizados modelos convencionais ou padronizados de aerofólios conhecidos como modelos NACA (National Advisory Comittee for Aeronautics), sendo esta entidade a precursora da NASA (National Aeronautics and Space Administration).

Segundo De Bortoli (2002), a rápida revolução da dinâmica de fluidos computacional (CFD) tem sido direcionada pela necessidade de métodos mais rápidos e precisos para o cálculo de campos de escoamento ao redor de configurações de interesse técnico. Fidkowski e Darmofal (2007) relatam que a CFD tem se tornado uma ferramenta indispensável em análises e aplicações de projetos. Patil et al. (2013) afirmam que a CFD tem evoluído como um potencial instrumento de projeto de engenharia para ambos escoamentos interno e externo em configuração no formato arbitrário e complexo.

Para a análise de escoamento em aerofólio, podem ser empregados softwares com códigos (sob a forma de equações diferenciais) que descrevem as leis de conservação de massa, energia e quantidade de movimento, utilizando de métodos aproximados para a solução do comportamento aerodinâmico do perfil de asa em estudo. Neste trabalho foi utilizada uma licença temporária, autorizada pela COMSOL, de finalidades acadêmicas, empregando o módulo CFD do aplicativo COMSOL Multiphysics.

1.2 Descrição do problema

As asas de aeronaves supersônicas são limitadas, quanto à capacidade de sustentação de carga, devido ao formato próprio, tamanho dessas, e às condições de voo em que tais aviões operam. Assim sendo, tal projeto contempla pesquisa relativa ao aperfeiçoamento de asas de aeronave supersônica, quanto à interação de fluido (ar) em escoamento, com a estrutura (superfície) da asa, considerando a alteração de sua conformação física pela introdução de poros de alteração do regime e comportamento do escoamento do ar sobre a superfície, permitindo a majoração da capacidade de sustentação de carga pela referida asa.

Escoamentos em aerofólios possuem um alto grau de complexidade devido ao grande número de variáveis envolvidas no problema, das restrições que devem ser impostas para o tratamento adequado da formulação matemática e discretização do domínio considerado, além das condições de escoamento presentes (se laminar ou turbulento), velocidade do fluido e equações governantes que de fato representam o fenômeno. Dessa forma, o caso em estudo precisa ser cuidadosamente detalhado para gerar não interpretação incorreta do modelo, de modo a obter resultados numéricos finais satisfatórios e condizentes com a proposta inicial.

De acordo com Orang e Paykani (2012), considerando o uso muito difundido de diferentes tipos de seções de aerofólios na indústria de aviação, há necessidade de analisar e prever o comportamento do fluido ao redor de aerofólios em diferentes condições de operação.

É importante relatar que o fluxo de fluido em meio poroso (aerofólio com superfície porosa, por exemplo), em determinados casos, é difícil de ser formulado matematicamente devido às condições específicas de interação entre meios de escoamento, a representação do comportamento físico entre o fluido e o meio com espaços vazios interconectados (rede de canais internos ao meio poroso), e às propriedades do meio de percolação do fluido. Existem trabalhos desenvolvidos com aerofólio poroso envolvendo o estudo numérico do desempenho aerodinâmico para escoamento transônico, como, por exemplo, o de Chen et al. (1985).

O problema aqui tratado se baseia em uma análise numérica bidimensional buscando investigar o comportamento aerodinâmico do perfil de asa (aerofólio), a fim de identificar de que forma ocorre a interação entre o ar em escoamento com a superfície de tal dispositivo, com a presença e ausência de meio poroso na superfície do aerofólio.

1.3 Hipóteses levantadas

As hipóteses de trabalho levantadas são:

- O modelo acoplado é iterativo, ocorrendo o escoamento em regime laminar, sobre um material, definido por superfície impermeável e por um meio poroso;
- A matriz porosa é incompressível e imiscível;
- O fluido supersônico é compressível;
- O escoamento sobre o aerofólio se processa em regime estacionário;
- Equações de conservação de massa, energia e quantidade de movimento regem o problema;
- A infiltração do fluido (ar) no meio poroso é monofásica, ocorrendo em meio não saturado;
- A difusão nos meios de escoamento está determinado pela viscosidade ou pela condutividade no meio poroso, condicionada pela pressão e resistência à propagação de fluido;

- A formulação permite contornar o problema numérico de estabilização, em elementos finitos.

O sistema de equações diferenciais parciais do modelo matemático que rege o problema do escoamento ao redor do aerofólio é dado considerando as equações de Navier-Stokes, um regime laminar e compressível considerando um modelo de turbulência de duas equações, e pelas equações de Darcy em termos de pressão para fluido em escoamento no meio poroso do aerofólio.

Neste sistema de equações, dado um estado bidimensional cartesiano de coordenadas, $v(x, y, t)$ refere-se à velocidade de escoamento do fluido, em que x e y são coordenadas espaciais e t refere-se à variável temporal.

As equações descrevem o balanço de quantidade de movimento no sistema, a compressibilidade do fluido no meio, a relação que rege a oscilação de uma posição do fluido em relação ao seu repouso relativo afastado da estrutura da asa em deslocamento, e a conservação de massa no meio de escoamento livre e no meio poroso.

A hipótese que fundamenta a adoção desse sistema de equações é a que o fluido em escoamento livre permeia a parcela porosa do aerofólio, quando da inserção de porosidade na superfície do perfil de asa, interagindo com o campo de pressão sob e sobre o aerofólio, alternando seus parâmetros de sustentação aerodinâmica de cargas.

A discretização do domínio, representativo do meio em escoamento, é efetuada em um número finito de elementos, determinando um novo domínio, discreto, composto por número máximo de elementos de dimensão finita. Neste novo domínio obtido pela partição do domínio contínuo, ficam determinados os espaços discretos de funções de aproximação ou teste, do campo de velocidades e de pressão do problema.

Neste procedimento, as variáveis discretas são aproximadas como uma combinação linear ou quadrática de funções, denominadas funções de forma, determinadas pelas coordenadas dos pontos nodais de cada elemento discreto finito.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo geral

Simular o escoamento de fluido sobre superfície de aerofólio modelos NACA 0012 e 64A004.29, utilizando o modelo de turbulência k-ε.

1.4.2 Objetivos específicos

- Obter familiaridade com o uso do software de simulação COMSOL Multiphysics;
- Estudar os aerofólios NACA 0012 e 64A004.29;
- Determinar formulação matemática apropriada do estudo do escoamento de fluido (ar) sobre aerofólio;
- Adequar as equações de Navier-Stokes para o problema em duas dimensões;
- Adequar a equação de Darcy, para fluxo de fluido em meio poroso, para a camada porosa inserida no aerofólio;
- Discretizar o domínio em elementos finitos;
- Avaliar a condição de parede na superfície do perfil de asa;
- Tratar o modelo de turbulência k-ε para o problema em estudo;
- Verificar a convergência da solução numérica;
- Analisar o escoamento subsônico do NACA 0012, comparando os resultados numéricos com experimentais;
- Fazer um comparativo, em regime subsônico, dos Modelos NACA 0012 e 64A004.29;
- Avaliar, numericamente, o escoamento supersônico do NACA 64A004.29;
- Apontar os ganhos em termos de pressão e velocidade quando da introdução da camada interna porosa no extradorso do NACA 64A004.29;
- Explanar a distribuição de pressão ao longo do aerofólio;
- Interpretar o campo de velocidade ao longo do aerofólio;
- Julgar a distribuição de temperatura na seção de asa (em regime supersônico);

1.5 Justificativa

A análise numérica de aerofólios possibilita investigar os parâmetros aerodinâmicos que influenciam o comportamento de uma asa durante o voo de aeronaves. A simulação desse dispositivo permite reduzir custos de projetos, já que boas aproximações de soluções podem ser obtidas com o correto emprego dos métodos voltados para a dinâmica de fluidos computacional (CFD).

A simulação de aerofólios pode ser feita por avaliação experimental ou modelos matemáticos (via métodos numéricos e soluções computacionais). O primeiro, para um alto grau de precisão e representação do comportamento real, necessita de testes em túnel de vento e geometria de seção da asa similar aos reais. Dessa forma, exige um alto custo de execução da análise, pois necessita de uma boa infraestrutura. A utilização de testes experimentais em escala reduzida, utilizando de protótipos, fornece bons resultados, mas ainda assim é dispendioso dependendo do direcionamento do projeto. A segunda maneira de simulação do aerofólio é o emprego de métodos numéricos computacionais. Tais métodos necessitam de computadores com alta capacidade de processamento de dados, pois os cálculos que envolvem a resolução numérica das equações diferenciais parciais, descrevendo o fenômeno em estudo, são de complexidade elevada. Assim sendo, códigos computacionais voltados para a dinâmica dos fluidos (nesta pesquisa: escoamento de fluido na entrada da seção da asa) podem fornecer previsões relevantes no que diz respeito ao escoamento do ar atmosférico sob e sobre o aerofólio, além da avaliação do perfil de velocidade, distribuição de pressão e forças que interagem no sistema (sustentação e arrasto).

As aeronaves supersônicas possuem seções de asa consideravelmente menores que os aviões convencionais, proporcionando menor arrasto (menor força de resistência do ar) e possibilitando maiores velocidades a serem alcançadas. Entretanto, aerofólios de menor tamanho apresentaram menores forças de sustentação, quando comparado com aeronaves de voo subsônico, gerando limitação e influenciando na maior instabilidade de voo a altas velocidades. Assim sendo, os resultados numéricos do estudo da inserção de camada porosa na superfície da asa pode permitir ganhos no aumento de forças de sustentação presente durante o voo e melhorar as propriedades aerodinâmicas do material utilizado na asa.

No que diz respeito ao software de simulação utilizado, o COMSOL Multiphysics, esta pesquisa proporciona construir conhecimento relativos à “análise de escoamento sobre perfis de asa utilizando elementos finitos”, sendo este o método implementado no programa selecionado. Esse método é amplamente utilizado na área de engenharia, seja na mecânica dos sólidos ou dos fluidos.

Os modelos de aerofólios empregados neste trabalho são o NACA 0012 e 64A004.29. O primeiro perfil de asa já vem sendo bastante explorado e estudado exaustivamente para análises de escoamento (compressível ou incompressível) em regime subsônico, transônico e supersônico, sendo, portanto, um modelo convencional. O NACA 64A004.29 corresponde à seção da asa (ponta da asa) do F-22 Raptor (Figura 2), caça de quinta geração dos Estados Unidos.

Figura 2 – F-22 Raptor.
Fonte: < http://www.lockheedmartin.com/us/products/f22.html>.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Método dos elementos finitos

De acordo com Fish e Belytschko (2009), muitos fenômenos em engenharia e ciências podem ser descritos em termos de equações diferenciais parciais. Ainda segundo os mesmos autores, em geral, solucionar essas equações por meio de métodos analíticos clássicos para geometrias arbitrárias é quase impossível. Com a finalidade de substituir a resolução analítica das equações em derivadas parciais dos modelos matemáticos bi e tridimensionais pela resolução de sistemas de equações algébricas, foram desenvolvidos os métodos discretos, numéricos ou aproximados (SORIANO, 2003). Conforme este mesmo autor, esses métodos introduzem aproximações adicionais aos modelos matemáticos, formando os correspondentes modelos discretos, nos quais se busca a determinação de incógnitas em um número finito de pontos. Pode-se se afirmar que, dentre os métodos numéricos, elementos finitos se aplica de forma mais ampla em análise estrutural, transferência de calor e escoamento de fluidos, além de sua aplicação em outros campos.

De acordo com Bathe (1996), o método de elementos finitos (MEF) é usado para resolver problemas físicos em análise de engenharia e projetos. Ainda segundo Bathe (1996), por conta da técnica de solução de elementos finitos ser um procedimento numérico, é necessário acessar a precisão da solução. Se o critério de precisão não é encontrado, a solução numérica tem que ser repetida com parâmetros de solução refinada (como uma malha mais fina, por exemplo) até uma suficiente precisão ser alcançada. A Figura 3 resume o processo de análise de elementos finitos.

Segundo Hoffman (1992), o MEF envolve a obtenção de solução aproximada para a resolução de equações diferenciais parciais, utilizando uma combinação linear de funções específicas, que são tipicamente polinomiais. Conforme Narasaiah (2008), no MEF, modelo físico é substituído por um modelo adequadamente simplificado sob hipóteses e critérios precisos, identificado por um número finito de *elementos* conectado em pontos comuns chamados *nós*, com um comportamento assumido ou resposta de cada elemento para um conjunto de cargas aplicadas, de forma a avaliar o campo de variáveis desconhecidas (deslocamento, temperatura, por exemplo) nesse número finito de pontos. A integração das soluções nodais, das variáveis do problema, compõe a solução global.

De acordo com Fish e Belytschko (2009), o MEF provê uma metodologia sistemática com a qual a solução pode ser determinada por meio de um programa de computador. Para problemas lineares, a solução é determinada pela resolução de um sistema de equações lineares; o número de incógnitas é igual ao número de graus de liberdade. Conforme Fish e Belytschko (2009), para obter uma solução razoavelmente exata, milhares de nós são geralmente necessários, assim os computadores são essenciais para resolver essas equações. Geralmente, a exatidão da solução melhora com o aumento do número de elementos (e nós), mas o tempo computacional e, em consequência o custo, também aumentam. Uma forma de reduzir o custo computacional é elevar o grau dos polinômios, ou a ordem das funções, que representam numericamente as variáveis incógnitas nodais em cada elemento finito, em toda a região, ou domínio, de solução do problema sob análise.

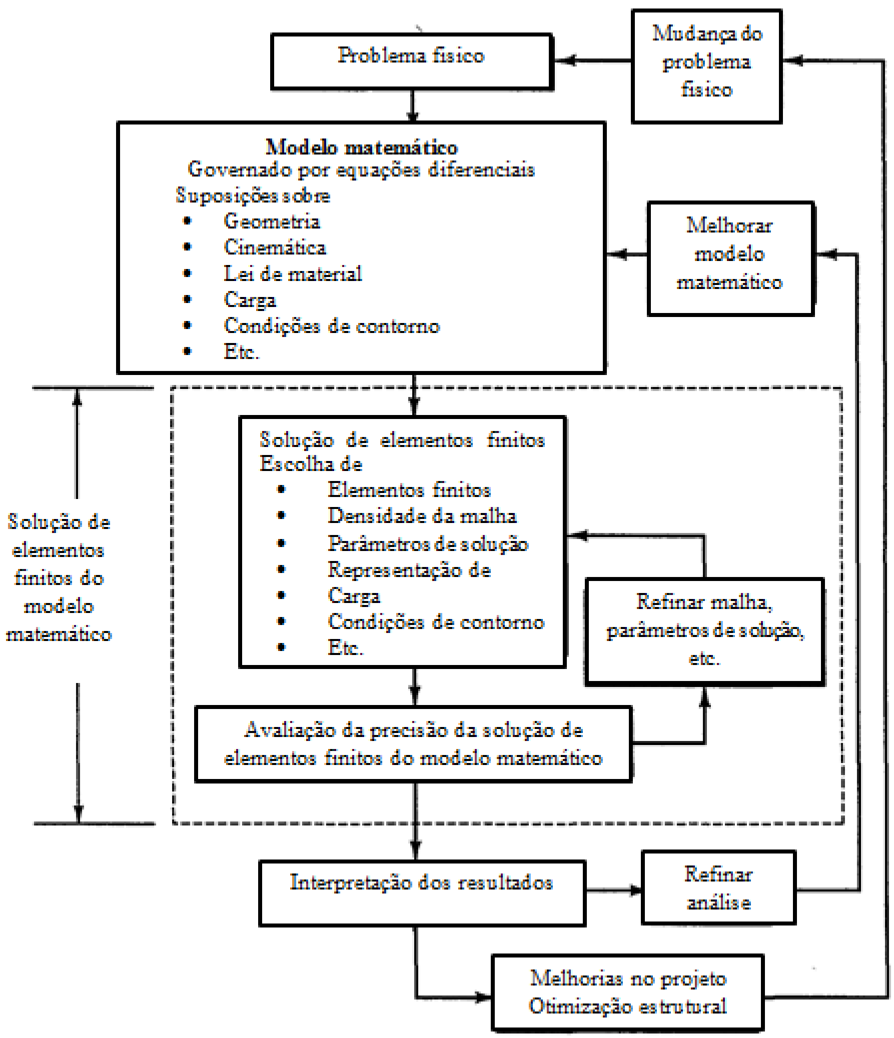

Figura 3 – Processo de análise de elementos finitos.
Fonte: Bathe adaptado (1996).

2.1.1 Funcional

Segundo Soriano (2003), funcional é um operador que mapeia uma determinada classe de funções no espaço dos números reais. No cálculo variacional, o funcional é escrito sob a forma de uma equação integral, como, por exemplo:

$$J(u_i) = \int_v F\left(u_i , \frac{\partial u_i}{\partial x_j} , \dots \ x_j\right) dV \tag{1}$$

Nessa equação, F é uma função das *variáveis dependentes, variáveis de estado ou incógnitas* u_i, de suas derivadas em relação às *variáveis independentes* x_j até uma determinada ordem para cada u_i, e dessas próprias variáveis independentes.

As variáveis dependentes, funções de x_j, são escolhidas no espaço de funções que permite as derivações e integrações que ocorrem no funcional (SORIANO, 2003). Essas funções são ditas admissíveis. Escolhendo cada uma das funções u_i, tem-se um consequente valor para $J(u_i)$. Logo, diz-se que funcional é uma grandeza escalar função de funções. Considerando-se no funcional a ocorrência de derivada da variável dependente u_i na ordem máxima m, as funções admissíveis são inicialmente consideradas pelo menos de classe C^{m-1}, isso é, com derivadas contínuas até a ordem $(m -1)$ no domínio de definição V do funcional.

Ainda conforme Soriano (2003), as variáveis independentes podem ser coordenadas espaciais e a variável tempo. Ocorrendo a variável tempo, diz-se que o funcional corresponde a um *problema de condições iniciais* ou *de valores iniciais*, em referência à especificação de u_i e de algumas de suas derivadas em relação ao tempo em um instante inicial. Não ocorrendo a variável tempo, diz-se que se trata de um *problema de condições de contorno* ou de *valores de contorno*, em referência à especificação u_i e de algumas de suas derivadas no contorno geométrico. Parte do atendimento dessas condições de contorno é usual ser requerida às funções admissíveis. Em problemas de valores de contorno, o contorno S ao domínio V é fechado. Em problemas de valores iniciais, o “contorno” é aberto no sentido de se ter certas grandezas especificadas apenas no instante inicial.

2.1.2 Formulação variacional

De acordo com Feijóo et al. (2003), o emprego da formulação variacional permite reduzir em uma única expressão integral todos os elementos que participam na modelagem do problema que se está analisando, tais como: equações de equilíbrio, equações constitutivas (comportamento do material), condições de contorno, condições iniciais, de descontinuidade, dentre outros.

Conforme Feijóo et al. (2003), a formulação variacional proporciona, de maneira natural, os métodos de resolução para a obtenção de soluções aproximadas. Estes métodos, chamados de Métodos Variacionais, permitem determinar soluções aproximadas muitas vezes de fácil implementação computacional independentemente da complexidade da geometria do domínio onde o problema está definido.

Segundo Feijóo et al. (2003), outro aspecto importante dos Métodos Variacionais na Modelagem e Simulação Computacional quando comparada com a formulação clássica (local), é a de permitir reunir dentro de um mesmo formalismo diferentes problemas aparentemente relacionados entre si. Este poder de síntese permite distinguir as hipóteses e aspectos fundamentais dos modelos que estejam sendo analisados.

Segundo Reddy (2006), o clássico uso da frase “formulação variacional” refere-se à construção de um funcional, ou um princípio variacional, que é equivalente às equações governantes do problema. O moderno uso da frase refere-se à formulação na qual as equações governantes são traduzidas em integrais ponderadas que não são necessariamente equivalentes ao princípio variacional. Ainda segundo Reddy (2006), mesmo aqueles problemas que não admitem princípios variacionais no senso clássico (por exemplo, as Equações de Navier-Stokes governando o escoamento de fluidos viscoso e invíscido) pode agora ser formulada usando integrais ponderadas.

Conforme Soriano (2003), nos princípios variacionais de sistemas físicos, busca-se a solução de um problema de condições de contorno ou de condições iniciais, comportamento do sistema, através da condição de estacionariedade (de extremo - máximo, mínimo ou de inflexão) de um funcional. Esta condição se obtém com:

$$\delta J(u_i) = 0 \tag{2}$$

sendo δ a variação e $J(u_i)$ um funcional.

Segundo Bathe (1996), considerando as condições de contorno do problema, identificam-se duas classes de condições de contorno, chamadas condições de contorno naturais e essenciais. A ordem das derivadas nas condições de contorno essenciais é, em um problema C^{m-1}, no máximo $m-1$. As mais altas derivadas nas condições de contorno naturais são da ordem de m até $2m-1$.

Conforme Bathe (1996), assumindo que uma função F para um valor dado de x depende de v (a variável de estado), dv/dx, ..., $d^p v/dx^p$, onde $p = 1, 2, \ldots$. Então a primeira variação de F é definida como:

$$\delta F = \frac{\partial F}{\partial v}\delta v + \frac{\partial F}{\partial(dv/dx)}\delta\left(\frac{dv}{dx}\right) + \cdots + \frac{\partial F}{\partial(d^p v/dx^p)}\delta\left(\frac{d^p v}{dx^p}\right) \tag{3}$$

Associa-se com $v(x)$ uma função $\epsilon\,\eta(x)$ onde ϵ é uma constante (independente de x) e $\eta(x)$ é uma função arbitrária suficiente de ajustamento (que é zero) correspondendo as condições de contorno essenciais. Chama-se $\eta(x)$ a variação em v, que é $\eta(x) = \ \delta v$ e também tem para as derivadas requeridas:

$$\frac{d^n \eta}{dx^\eta} = \frac{d^n \delta v}{dx^n} = \delta\left(\frac{d^n v}{dx^n}\right) \tag{4}$$

A variação da derivada de v é igual a derivada da variação em v. A eq (3) resulta então avaliar:

$$\delta F = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\left[v + \epsilon\eta, \frac{d(v+\epsilon\eta)}{dx}, \ldots, \frac{d^p(v+\epsilon\eta)}{dx^p}\right] - F\left(v, \frac{dv}{dx}, \ldots, \frac{d^p v}{dx^p}\right)}{\epsilon} \tag{5}$$

Nota-se que a expressão para δF parece a expressão para a diferencial dF; em que o operador variacional δ atua como o operador diferencial com respeito as variáveis v, dv/dx, ... , $d^p v/dx^p$. Essas equações podem ser estendidas para funções múltiplas e variáveis de estado, e encontra-se as leis de variações das somas, produtos, e as demais.

Segundo Bathe (1996), as seguintes observações podem ser feitas para o princípio variacional:

a) O método variacional deve fornecer uma relativa forma simples de construir o sistema de equações governantes. Essa facilidade de uso do princípio variacional depende largamente do fato que as grandezas escalares de formulação variacional (energias, potenciais, entre outros) são consideradas, em vez de grandezas vetoriais (forças, deslocamentos, entre outros).
b) A aproximação variacional pode levar mais diretamente ao sistema de equações governantes e condições de contorno. Por exemplo, se um sistema complexo está sendo considerado, é vantagem que algumas variáveis que precisam ser incluídas

em uma formulação direta não sejam consideradas em uma formulação variacional.

c) A aproximação variacional proporciona algumas compreensões adicionais dentro de um problema e fornece uma verificação independente na formulação do problema.

d) Para soluções aproximadas, uma maior classe de funções de julgamento pode ser empregada em muitos casos se o analista operar na formulação variacional em vez de formulação diferencial do problema; por exemplo, as funções de julgamento não precisam satisfazer as condições de contorno naturais, pois essas condições estão implicitamente contidas no funcional.

2.1.3 Métodos variacionais

Os modelos matemáticos contínuos têm um número infinito de graus de liberdade e a resolução de suas equações de governo nem sempre é possível, e, quando possível, muito elaborada (SORIANO, 2003). Nos métodos aproximados, os graus de liberdade são reduzidos para um número finito, obtendo-se um sistema de equações algébricas que rege o correspondente modelo discreto ou numérico (SORIANO, 2003).

Segundo Feijóo et al. (2003), os métodos variacionais, também chamados de métodos diretos, permitem obter soluções aproximadas de problemas de valor de contorno. Dado um problema de valor de contorno cuja solução será designada por u_0, os métodos variacionais são métodos numéricos que, dadas as funções ϕ_i (chamadas de funções coordenadas, de base, ou de interpolação, e que satisfazem certas restrições) permitem determinar as constantes α_1, α_2, ..., α_n, n finito, de maneira tal que a função:

$$u_n = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \phi_i \tag{6}$$

se aproxime de u_0, para $n \to \infty$, em algum sentido, quer dizer, é obtida convergência com respeito a alguma norma ou convergência débil.

Conforme Reddy (2006), o método de elementos finitos faz uso do método variacional para formular as equações discretas sobre um elemento. A escolha das funções de aproximações nos métodos de elementos finitos é diferente daquele nos métodos variacionais clássicos.

2.1.3.1 Método dos resíduos ponderados

O Métodos dos Resíduos Ponderados estabelece uma condição natural para a obtenção de soluções aproximadas de vários problemas de engenharia.

Definindo a seguinte transformação:

$$S: U \text{ x } V \rightarrow \Re \tag{7}$$

em que U e V são espaços vetoriais, significando que, dado um par ordenado (u, v) de funções, onde $u \in U$ e $v \in V$, a transformação S proporciona um número real.

Considerando agora um operador linear A definido no conjunto linear D_A denso no espaço U. Para um elemento $f \in U$ procura-se a solução de:

$$Au = f \tag{8}$$

Segundo Feijóo et al. (2003), diz-se que u_0 é a solução do problema caso se verifique:

$$S(Au_0 - f, v) = 0 \tag{9}$$

para todo $v \in V$.

Para a obtenção da solução aproximada u_0^n de u_0, tal que u_0^n determina o valor de u_0 nos n pontos nodais, o Método dos Resíduos Ponderados propõe os seguintes passos (FEIJÓO et al., 2003):

1. Considere em D_A uma sequência completa $\{\phi_n\}_{n=1,\infty}$ de funções.
2. Para todo n finito, o conjunto $\{\phi_k\}_{k=1,n}$ é linearmente independente.
3. Tome como aproximadamente de u_0 a combinação linear

$$u_0^n = \sum_{i=1}^{n} a_i \phi_i \tag{10}$$

de onde os coeficientes $a_i, i = 1, \ldots, n$ serão posteriormente determinados.

4. Considere em V um conjunto denso $\{w_i\}_{i=1,\infty}$.
5. Calcule, para n finito, os coeficientes a_i de maneira que o resíduo:

$$r^n = Au_0^n - f = \sum_{j=1}^{n} a_j A\phi_j - f \tag{11}$$

satisfaça:

$$S(r^n, w_i) = \int_\Omega r^n w_i = 0, \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{12}$$

O Método dos Resíduos Ponderados conduz a um sistema de equações algébricas cuja solução proporciona os coeficientes a_i da combinação linear definindo u_0^n.

Ainda conforme Feijóo et al. (2003), do ponto de vista computacional, o Método dos Resíduos Ponderados é um algoritmo relativamente simples que não requer grande conhecimento matemático por parte do usuário. Neste método já se distingue algumas das características básicas de todo o método variacional para o cálculo de soluções aproximadas. São elas:

- Conhecer as funções w_i e ϕ_i. Aqui reside um dos inconvenientes. As funções ϕ_i devem ser suficientemente regulares de maneira que $A\phi_i$ tenha sentido. Além disso, devem satisfazer as condições de contorno.
- Construir a matriz do sistema K e o vetor de termos independentes f calculando cada coeficiente K_{ij}, f_i analítica ou numericamente.
- Resolver o sistema de equações. Dependendo do operador A e da forma das funções ϕ_i e w_i, a matriz do sistema K poderá ser uma matriz banda ou cheia, simétrica ou não simétrica, bem condicionada ou mal condicionada. Cada uma dessas características facilita ou complica a resolução do sistema de equações.

2.1.3.1.1 Método de Galerkin

O método de Galerkin é um caso particular do método dos resíduos ponderados. Neste método, os espaços U e V são coincidentes e o conjunto $\{w_j\}$ se torna idêntico a $\{\phi_i\}$. O método de Galerkin para a determinação de uma solução aproximada do problema de valor de contorno consiste em determinar a função $u_k^* \in H_k$(sequência de espaços de dimensão finita), tal que o resíduo $Au_k^* - f$ seja ortogonal a toda função de H_k, ou seja:

$$\int_\Omega (Au_k^* - f) v_k d\Omega = 0 \quad \forall v_k \in H_k \tag{13}$$

2.1.3.1.2 Método de colocação

O método de colocação também é um método particular do método dos resíduos ponderados. Para o método de colocação, as funções w_i são as funções generalizadas δ de Dirac associadas aos pontos $x_i, i = 1, 2, \ldots, n$, de Ω. Designam-se estas funções como Δ_i e são tais que:

$$\int_{\Omega} f(x)\Delta_i d\Omega = f(x_i) \tag{14}$$

Tendo presente a propriedade anterior, o método corresponde a:

$$\int_{\Omega} r^n \Delta_i = (Au_0^n - f)|_{x_i} = 0; i = 1, 2, \ldots, n \tag{15}$$

Logo, o método de colocação calcula a solução aproximada u_0^n exigindo que o resíduo $Au_0^n - f$ seja nulo em n pontos x_i de Ω.

2.1.3.1.3 Método dos mínimos quadrados

Nesta técnica a integral do quadrado do resíduo é minimizada com respeito aos parâmetros a_i (BATHE, 1996), sendo assim representada:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \int_{\Omega} (Au_k^* - f)^2 d\Omega = 0; \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{16}$$

Neste trabalho foi empregada a abordagem de Galerkin para o Método dos Resíduos Ponderados.

2.1.4 Elemento triangular com três nós

Segundo Fish e Belytschko (2009), o elemento triangular com três nós é um dos mais versáteis e simplificados dos elementos finitos em duas dimensões. Pode-se representar facilmente quase toda a geometria com elementos triangulares e, sem muitas dificuldades, construir malhas que tenham mais elementos em áreas de elevados gradientes (grandes derivadas), de modo que uma maior precisão pode ser obtida com o mesmo número de elementos. Ainda segundo os mesmos autores, os geradores de malhas para malhas triangulares são os mais robustos, isto é, eles não tendem a produzir erros. Na malha de elementos finitos triangulares, os nós são posicionados nos cantos de todos os elementos. Um número arbitrário de elementos pode ser conectado a um nó.

Como os lados de um elemento triangular são retilíneos, as bordas curvadas do corpo precisam ser aproximadas. Assim, os lados curvos são aproximados por segmentos de retas, os quais introduzem um erro na geometria do modelo de elementos finitos. A solução em elementos finitos será a solução para a geometria com as bordas retas, de modo que algum erro aparece devido a essa aproximação da forma (FISH; BELYTSCHKO, 2009). Contudo, na maiorias dos casos, se um número suficiente de elementos é usado, esse erro é bastante pequeno. As coordenadas nodais de determinado elemento triangular e são denotadas por (x_I^e, y_I^e), $I = 1$ por 3.

A solução em cada elemento é aproximada por uma função linear de coordenadas espaciais x e y:

$$\theta^e(x,y) = \alpha_1^e + \alpha_2^e x + \alpha_3^e y \tag{17}$$

em que α_i^e são parâmetros arbitrários.

Segundo Chung (2002), para avaliar as três constantes α_1, α_2, e α_3, deve-se fornecer três equações em termos de valores desconhecidos de θ, x e y em cada um dos três nós.

$$\theta_1^e(x,y) = \alpha_1^e + \alpha_2^e x_1 + \alpha_3^e y_1 \tag{18}$$

$$\theta_2^e(x,y) = \alpha_1^e + \alpha_2^e x_2 + \alpha_3^e y_2 \tag{19}$$

$$\theta_3^e(x,y) = \alpha_1^e + \alpha_2^e x_3 + \alpha_3^e y_3 \tag{20}$$

Colocando na forma matricial tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \theta_1^e \\ \theta_2^e \\ \theta_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \tag{21}$$

2.1.5 Elemento retangular com quatro nós

Para a representação de elemento quadrangular com quatro nós, segundo Fish e Belytschko (2009), o monômio xy, um termo bilinear, é adicionado à aproximação do elemento, ficando da seguinte forma:

$$\theta^e(x,y) = \alpha_0^e + \alpha_1^e x + \alpha_2^e y + \alpha_3^e xy \tag{22}$$

2.2 Formulações em volume de controle

Segundo Fox, Pritchard e McDonald (2011), volume de controle (Figura 4) é um volume arbitrário no espaço através do qual o fluido escoa. A fronteira geométrica do volume de controle é denominada superfície de controle. A superfície de controle pode ser real ou imaginária; ela pode estar em repouso ou movimento. Conforme os mesmos autores, para o volume de controle definido pela superfície de controle, pode-se escrever equações para as leis básicas e obter resultados como a vazão na saída dadas as vazões na entrada. É sempre importante tomar cuidado na seleção do volume de controle, pois a escolha tem um grande efeito sobre a formulação matemática das leis básicas. Segundo Young (2011), identifica-se um volume específico no espaço e analisa-se o escoamento do fluido dentro, através ou ao redor daquele volume. Ainda de acordo com Young (2011), a facilidade de resolução de determinado problema em mecânica dos fluidos é frequentemente dependente da escolha do volume de controle usado. Segundo Çengel e Cimbala (2014), não há regras concretas para a seleção dos volumes de controle, mas uma escolha prudente certamente torna a análise muito mais simples.

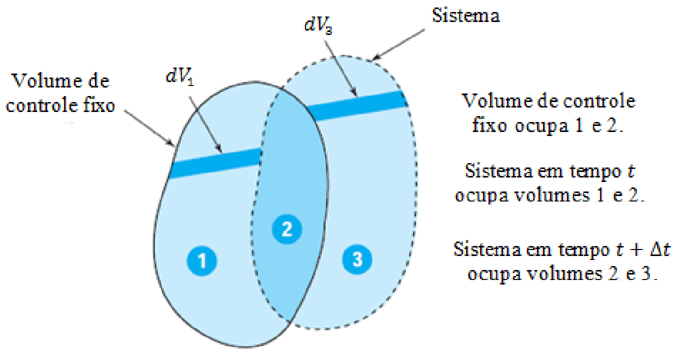

Figura 4 – Sistema e volume de controle fixo.
Fonte: Potter, Wiggert e Ramadan adaptado (2012).

2.2.1 Formulação diferencial versus formulação integral

De acordo com Fox, Pritchard e McDonald (2011), as leis básicas aplicadas no estudo de mecânica dos fluidos podem ser formuladas em termos de sistemas e volumes de controle infinitesimais ou finitos. As equações serão diferentes nos dois casos.

No primeiro caso, as equações resultantes são equações diferenciais. A solução das equações diferenciais do movimento fornece uma maneira de determinar o comportamento detalhado do escoamento.

Em determinadas situações, a informação procurada não requer um conhecimento detalhado do escoamento. Muitas vezes, há interesse no comportamento de um dispositivo como um todo; nesses casos, é mais apropriado empregar a formulação integral das leis básicas.

2.3 Equações governantes

As equações governantes da dinâmica dos fluidos são baseadas nas leis universais de conservação (ANDERSON JUNIOR, 2001):

1. Conservação de massa;
2. Conservação de energia;
3. Conservação da quantidade de movimento.

A equação correspondente à lei de conservação de massa é chamada de equação da continuidade. A lei de conservação da energia é baseada na primeira lei da termodinâmica. A lei de conservação da quantidade de movimento é derivada da segunda lei de Newton.

2.3.1 Equação da continuidade

A lei de conservação de massa aplicada a um fluido se deslocando através de um volume de controle infinitesimal (volume muito pequeno) é representada pela equação (ANDERSON JUNIOR, 2001):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.\left(\rho \vec{U}\right) = 0 \tag{23}$$

também chamada de equação da continuidade, sendo ∇ o operador nabla, ρ a massa específica do fluido e $\vec{U}$ a velocidade do mesmo, considerando $\vec{U} = (u, v)$ a decomposição desse vetor para duas dimensões. O primeiro termo de tal equação representa a taxa de variação da densidade no volume de controle e o segundo termo representa a taxa de fluxo de massa atravessando a superfície de controle por unidade de volume.

2.3.2 Equação da energia

A primeira lei da termodinâmica para um fluido passando através de um volume de controle infinitesimal produz a seguinte equação:

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} + \nabla.\left(E_t \vec{U}\right) = \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla.\vec{q} + \rho\vec{f}.\vec{U} + \nabla.\left[\vec{\vec{\tau}}.\vec{U} - \vec{q}\right] \tag{24}$$

onde E_t é a energia total por unidade de volume dada por:

$$E_t = \rho\left(e_i + \frac{1}{2}\vec{U}^2\right) \tag{25}$$

onde e_i é a energia interna por unidade de massa e $\vec{\vec{\tau}}$ o tensor de tensões viscosas. O primeiro termo do lado esquerdo da eq. (24) representa a taxa de variação da energia total (por unidade de volume) e o segundo termo a taxa de energia total perdida por convecção (por unidade de volume). No lado direto da eq. (24), o primeiro termo corresponde à taxa de calor produzido (por unidade de volume) por agentes externos enquanto o segundo termo é a taxa de calor perdida por condução (por unidade de volume). Já o terceiro termo do lado direto é o trabalho realizado (por unidade de volume) pelas forças de campo, enquanto o quarto termo representa o trabalho realizado (por unidade de volume) pelas forças de superfícies.

2.3.3 Equação da quantidade de movimento

A equação da quantidade de movimento é obtida através do desdobramento da equação que representa a segunda lei de Newton aplicada a um fluido passando por um volume de controle fixo e infinitesimal (ANDERSON JUNIOR, 2001):

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\vec{U}\right) + \nabla.\left(\rho\vec{U}\vec{U}\right) = \rho\vec{f} - \nabla p + \nabla.\vec{\vec{\tau}} \tag{26}$$

onde $\vec{f}$ representa as forças de campo por unidade de volume, p é a pressão e $\vec{\vec{\tau}}$ é o tensor de tensões viscosas dado por:

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{27}$$

sendo u a velocidade nas direções i, j e k. O termo μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica (ou absoluta) e δ_{ij} é função de Kronecker. O primeiro termo do lado esquerdo da eq. (26) representa a taxa de variação da quantidade de movimento por unidade de volume. Já o segundo termo esquerdo corresponde à taxa da quantidade de movimento perdida por convecção por unidade de volume.

2.4 Equações de Navier-Stokes

Conforme Welty (2007), as equações de Navier-Stokes são a forma diferencial da segunda lei de Newton do movimento. Substituindo a eq. (27) na eq. (26) e utilizando o conceito de derivada total (empregando o termo D), obtém-se a equação de Navier-Stokes em sua forma usual:

$$\rho\frac{D\vec{U}}{Dt} = \rho\vec{f} - \nabla p + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] \tag{28}$$

Para um sistema de coordenadas cartesianas bidimensional, a eq. (28) é decomposta em duas equações:

$$\rho\frac{Du}{Dt} = \rho f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] \tag{29}$$

$$\rho\frac{Dv}{Dt} = \rho f_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\right)\right] \tag{30}$$

Conforme Souza (2009), utilizando a eq. (26), estas equações podem ser escritas na forma conservativa:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = \rho f_x - \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) \tag{31}$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = \rho f_y - \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u v - \tau_{xy}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho v^2 + p - \tau_{yy}\right) \tag{32}$$

onde os componentes do tensor de tensões viscosas são dadas por:

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{33}$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\right) \tag{34}$$

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \tau_{yx} \tag{35}$$

2.5 Modelo de turbulência de duas equações k-ε

O modelo k-ε é um modelo de duas equações baseada no conceito de viscosidade turbulenta. Esse é o mais utilizado e validado modelo de turbulência. De acordo com Tu, Yeoh e Liu (2013) k representa a quantidade turbulenta e ε a taxa de dissipação da energia turbulenta. Conforme os mesmo autores, k e ε podem ser representados em notação de tensor cartesiano como:

$$k = \frac{1}{2}u_i'u_i' \tag{36}$$

$$\varepsilon = \nu_T\overline{\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\right)\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\right)} \tag{37}$$

onde $i, j = 1, 2, 3$.

O termo u' representa flutuação de turbulência, ou seja, as flutuações de velocidade devido à variação da energia cinética associada ao escoamento. A barra sobre as derivadas parciais da eq. (37) representa a média da quantidade e ν_T é a viscosidade cinemática ($\nu_T = \mu_T/\rho$).

Dos valores locais de k e ε, uma viscosidade turbulenta local μ_T pode ser avaliada como:

$$\mu_T = \frac{C_u \rho k^2}{\varepsilon} \tag{38}$$

sendo C_u uma constante.

As equações de transporte que são requeridas para o modelo padrão *k*-*ε* são (TU; YEOH; LIU, 2013):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u\frac{\partial k}{\partial x} + v\frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_T}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_T}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial y}\right) + P - D \tag{39}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial k}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial k}{\partial y}\right) + \frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon 1}P - C_{\varepsilon 2}D) \tag{40}$$

onde:

$$P = 2\nu_T\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right] + \nu_T\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 \tag{41}$$

sendo C_u, σ_k, σ_ε, $C_{\varepsilon 1}$ e $C_{\varepsilon 2}$ constantes ajustáveis experimentais, e $D = \varepsilon$.

2.6 Fluxo de fluido em meio poroso

Conforme Civan (2011), descrição do fluido em movimento em meio poroso requer atenção especial levando em conta a interação de fluidos com a parede porosa e outros fluidos. A derivação de uma equação generalizada da quantidade de movimento para fluidos escoando através de meios poroso não é simples de se representar.

Bear (1972) define meio poroso como um sólido com furos, assumindo que tais espaços vazios sejam interconectados, com vários caminhos contínuos de um lado do meio ao outro, e, de certo modo, especificando uma melhor distribuição dos furos e caminhos ao longo de todo o domínio do meio poroso. Muskat e Wyckoff (1946) abordam que cada poro é conectado por canais comprimidos a outros poros, formando uma rede completamente interconectada de aberturas, gerando cursos através dos quais o fluido deve escoar.

2.6.1 Lei de Darcy

Conforme Muskat e Wyckoff (1946), a velocidade de um fluido escoando através de um meio poroso é diretamente proporcional ao gradiente de pressão atuando no fluido. Para duas dimensões, a lei de Darcy assume a forma:

$$v_{Dx} = -\frac{K}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{42}$$

$$v_{Dy} = -\frac{K}{\mu}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{43}$$

sendo v_{Dx} a velocidade de Darcy no eixo x, v_{Dy} a velocidade de Darcy no eixo y, K a permeabilidade, μ a viscosidade absoluta, $\partial p/\partial x$ o gradiente de pressão em x e $\partial p/\partial y$ o gradiente de pressão em y.

2.6.2 Condição de interface fluido-porosa

Segundo Jamet (2006), fenômenos de transporte na interface entre um meio poroso e um fluido livre em escoamento adjacente a esse meio tem sido objeto de considerável interesse, pois ocorre em uma ampla variedade de aplicações tecnológicas. Conforme o mesmo autor, a principal questão da modelagem permanece na definição da condição de contorno em uma interface fluido-porosa, bem como na escolha do apropriado modelo na região porosa.

Beavers e Joseph (1967) introduziram uma condição de interface fluido-porosa, relacionando a velocidade de escoamento livre, na interface, e a velocidade de Darcy, afastada da interface. Tal condição pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\frac{du}{dy} = \frac{\alpha_{BJ}}{\sqrt{K}}(u_B - v_{Dx}) \tag{44}$$

onde du/dy é o gradiente de velocidade, α_{BJ} é uma quantidade adimensional dependente dos parâmetros do material o qual caracteriza a estrutura permeável dentro da região de fronteira, K é a permeabilidade, v_{Dx} a velocidade de Darcy no eixo x, e u_B a velocidade de deslizamento na interface fluido-porosa.

Isolando-se a velocidade de deslizamento, tem-se que:

$$u_B = \frac{\sqrt{K}}{\alpha_{BJ}} \frac{du}{dy} + v_{Dx} \tag{45}$$

a velocidade do fluido livre na interface porosa da asa com o ar em escoamento, resultando em $u_B \neq 0$, uma condição de não aderência.

2.7 Aerofólio

A partir da consideração de uma asa de aeronave (estendida na direção y) esboçada em perspectiva, conforme Figura 5, com velocidade de escoamento livre paralelo ao plano xz, Anderson Junior (2001) define aerofólio como sendo qualquer seção da asa cortada por um plano paralelo ao plano xz.

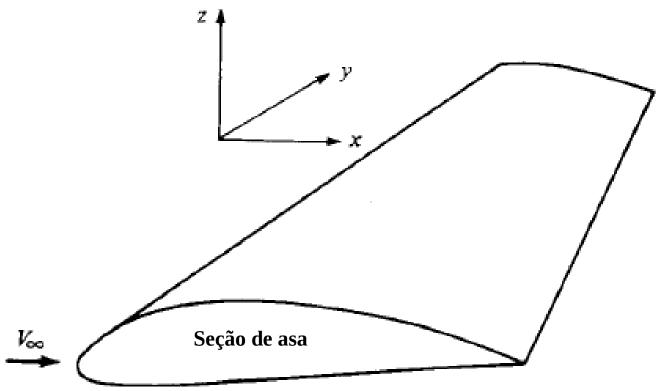

Figura 5 – Definição de aerofólio.
Fonte: Anderson Junior adaptado (2001).

2.7.1 Elementos de um aerofólio

De acordo com Homa (2010), os principais elementos geométricos de um aerofólio, também chamado de perfil de asa, são os seguintes (Figura 6):

- *Bordo de ataque* – é a extremidade dianteira do perfil;
- *Bordo de fuga* – é a extremidade traseira do perfil;
- *Extradorso* – é a superfície ou linha superior do perfil;

- *Intradorso* – é a superfície ou linha inferior do perfil;
- *Corda* – é a linha reta que liga o bordo de ataque ao bordo de fuga;
- *Linha de curvatura média* (*ou linha média*) – é a linha que equidista do intradorso e do extradorso.

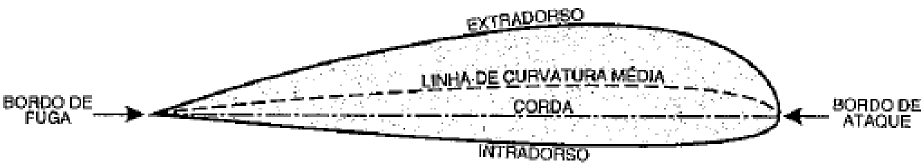

Figura 6 – Nomenclatura do aerofólio.
Fonte: Homa (2010).

Ainda segundo Homa (2010), existem dois tipos de perfis de asa:

a) *Perfil simétrico* – é aquele que pode ser dividido por uma linha reta em duas partes iguais (a parte de cima é igual à de baixo);
b) *Perfil assimétrico* – é aquele que não pode ser dividido por uma linha reta em duas partes iguais (a parte de cima é diferente da parte de baixo).

2.7.2 Designação NACA dos aerofólios

A NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) foi um órgão antecessor da NASA (National Aeronautics and Space Administration). A NACA desenvolveu a classificação dos aerofólios em função de determinadas características, agrupando-os em famílias ou séries.

2.7.2.1 Aerofólio de 4 dígitos

Para aerofólio de quatro dígitos, considerando NACA 0012 como exemplo, tem-se que:

- 1° dígito: Curvatura máxima em percentagem da corda (0%);
- 2° dígito: Posição da curvatura máxima em décimos da corda ou (dígito x 10) em percentagem da corda (0%);

- 3° e 4° dígitos: Espessura máxima em percentagem da corda. Esta espessura está em torno de 30% da corda.

2.7.2.2 Aerofólio série de 6 dígitos

Considerando, como exemplo, o NACA 65_2-415 tem-se que:

- 1° dígito: Designador da série (6);
- 2° dígito: Posição da pressão mínima em décimos da corda, ou (dígito x 10) em percentagem da corda (50%);
- 3° dígito: Define a região de baixo arrasto, acima e abaixo do coeficiente de sustentação do projeto, em décimos (0,2);
- 4° dígito: Coeficiente de sustentação do projeto em décimos (0,4);
- 5° e 6° dígitos: Espessura máxima em percentagem da corda (15%).

Pode aparecer o valor “a” após a identificação do aerofólio (NACA 65_2-415, a = 0.6). “a” indica a percentagem da corda do aerofólio sobre a qual a distribuição de pressão seja uniforme, onde neste exemplo equivale a 60% da corda (a = 0.6). Se o valor de “a” não for especificado, a = 1 (100%), sendo a distribuição de pressão constante sobre todo o aerofólio.

Conforme Abbott e Von Doenhoff (1949), para seções de asa tendo uma razão espessura menor do que 12%, a região de baixo arrasto é menor do que 0,1 e o termo subscrito (3° dígito) é omitido da designação. Assim sendo, um exemplo sem o termo subscrito seria NACA 25-210.

Segundo Abott e Von Doenhoff (1949), algumas modificações das seções do NACA série 6 são designadas por substituir o traço pela letra maiúscula (NACA 64_1A212). Nesse caso a letra indica tanto a distribuição da espessura modificada quanto o tipo de linha média usada para inclinar a seção. Seções designadas pela letra A são substancialmente retas em ambas as superfícies de cerca de 0.8c do bordo de fuga, sendo “c” a corda do aerofólio (seção da asa).

2.7.3 Forças aerodinâmicas

Durante um voo de um avião, o ar escoa pela asa com maior velocidade no extradorso do que no intradorso, devido à sua curvatura mais acentuada (HOMA, 2010). O aumento de velocidade corresponde a uma redução na pressão, de acordo com o teorema de Bernoulli. O resultado é uma força que empurra a asa para cima e para trás. Esta força é a Resultante Aerodinâmica (R), que está aplicada em um ponto do aerofólio denominado Centro de Pressão (HOMA, 2010).

A Resultante Aerodinâmica é decomposta em duas forças:

- Sustentação (L): É a componente da resultante aerodinâmica perpendicular à direção do vento relativo, sendo uma força útil ao aerofólio;
- Arrasto (D): É a componente da resultante aerodinâmica paralela à direção do vento relativo, sendo nociva e deve ser reduzida ao mínimo possível.

Essas duas forças são expressas da seguinte forma:

$$L = \frac{1}{2}\rho_\infty C_L S v_\infty^2 \tag{46}$$

$$D = \frac{1}{2}\rho_\infty C_D S v_\infty^2 \tag{47}$$

sendo ρ_∞ a massa específica do ar em escoamento livre, S a área da asa, v_∞ a velocidade do ar em escoamento livre, C_L o coeficiente de sustentação e C_D o coeficiente de arrasto.

No aerofólio, conforme Figura 7, a linha de corda forma um ângulo α com a direção do vento relativo. Esse ângulo é denominado ângulo de ataque. Os vetores N e A representam forças normais e axiais respectivamente, com relação à corda do aerofólio (c).

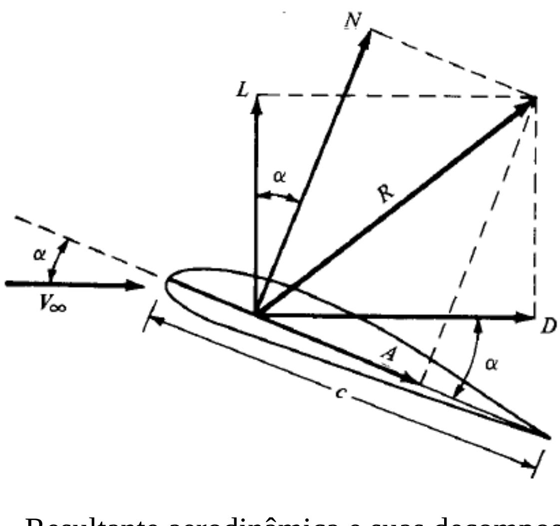

Figura 7 – Resultante aerodinâmica e suas decomposições.
Fonte: Anderson Junior (2001).

3. METODOLOGIA

3.1 Tipos de pesquisa

Quanto à natureza esta é uma pesquisa aplicada, que busca gerar conhecimento para uma situação prática e dirigida à solução do problema específico, que é o escoamento sobre aerofólio. Quanto à forma de abordagem está presente a pesquisa quantitativa, onde os dados são mensuráveis e a análise se baseia em equações e resultados numéricos. Quanto aos objetivos a pesquisa é exploratória, visando proporcionar familiaridade com o problema, envolvendo levantamento bibliográfico dos métodos de elementos finitos, das equações de movimentos do fluido, do fluxo de fluido em meio poroso e dos elementos de um aerofólio. Do ponto de vista dos procedimentos técnicos é um estudo de caso que, segundo Gil (2002), envolve o estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que se permita o amplo e detalhado conhecimento.

3.2 Software utilizado para a simulação numérica: COMSOL Multiphysics

O COMSOL é uma importante ferramenta computacional para modelar e simular diversos fenômenos não só no campo de engenharia como nas demais ciências. Este software foi de fundamental importância para avaliar o perfil de asa em estudo, disponibilizando de recursos para a manipulação das equações diferenciais envolvidas no problema e alteração das malhas de elementos finitos inseridas no domínio discretizado, a fim de se obter eficiência na geração dos resultados.

O CFD Module é uma plataforma do COMSOL para simular dispositivos e sistemas que envolvem modelos de escoamentos sofisticados. Esta plataforma oferece interfaces prontas e configuradas para receberem entradas de modelo pela interface gráfica do usuário (GUI) e para usarem essas entradas para formularem equações do modelo. A GUI do CFD Module garante acesso a todas as etapas no processo de modelagem, como seguem:

- Selecionar a descrição adequada do escoamento;
- Criar ou importar a geometria do modelo;
- Definir as propriedades do fluido;

- Adicionar termos de fonte ou sorvedouros ou editar as equações fundamentais do modelo de fluido, se necessário;
- Selecionar elementos de malha e dos polinômios de interpolação das funções do problema, e controlar a densidade da malha em diferentes posições;
- Selecionar métodos de resolução e ajustá-los, se necessário.

O método de análise adotado, com o uso desse programa, consta das seguintes fases:

1. Pré-processamento;
2. Solução numérica;
3. Pós-processamento.

3.2.1 Setup computacional

Utilizou-se o laboratório de informática do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia (PPGMC). As simulações foram realizadas em um computador com sistema operacional Windows de 64 bits, processador Intel Core i5 de 3.30 GHz e memória RAM de 8 GB.

3.3 Fase 1: Configuração do problema (Pré-processamento)

Fez-se a análise numérica de escoamento sobre aerofólio em três diferentes casos. O primeiro em regime subsônico (Mach = 0.15), o segundo em regime supersônico (Mach = 1.3), e o terceiro em regime supersônico (Mach = 1.3) com o acréscimo de camada superficial, de material poroso, no extradorso do aerofólio.

3.3.1 Construção da geometria

Para a construção dos aerofólios, utilizou-se de valores numéricos referentes às coordenadas cartesianas a partir de um banco de dados com 1629 modelos de seções de asa. Esse banco de dados está disponível na web em “airfoiltools.com”. O conjunto de pontos, ou coordenadas espaciais em duas dimensões, de cada seção de asa, foi inicialmente trabalhada em formato “.DAT” para posterior conversão em formato “.DXF” (através do software Aeroplot), sendo o último o formato aceito pelo software COMSOL Multiphysics. Também se empregou o software AUTOCAD para a modificação da geometria de modo mais detalhado. O formato do NACA 0012 foi construído utilizando 81 pontos (*x*, *y*) e o NACA 64A004.29 com 127 pontos. Tais pontos dos dois modelos foram importados e suas superfícies geradas. As Figuras 8 e 9 representam os dois modelos NACAs em estudo.

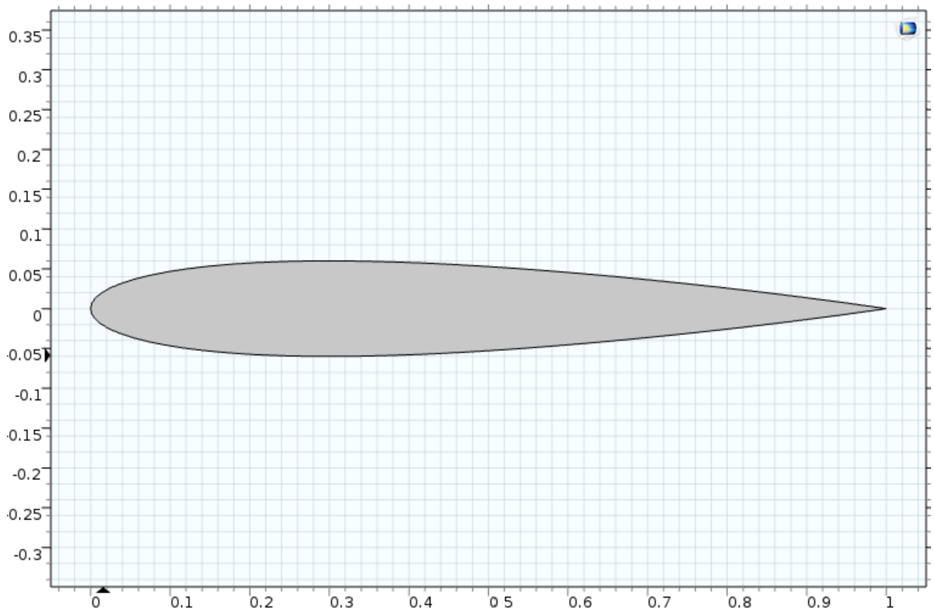

Figura 8 – Aerofólio NACA 0012.

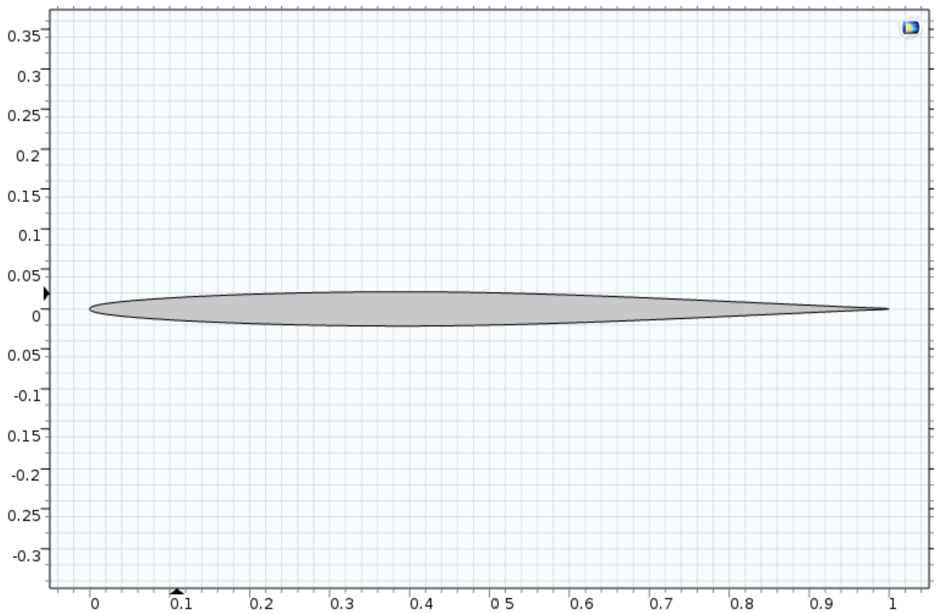

Figura 9 – Aerofólio NACA 64A004.29.

O modelo NACA 0012 é uma seção que apresenta mesma dimensão em toda a extensão de uma asa de aeronave (independente da localização da asa), empregado para análises em baixa velocidade. Já o NACA 64A004.29 representa o perfil localizado na ponta da asa do F-22, sendo diferente daquele localizado na raiz. Esse segundo modelo é empregado para análise de aerofólio em alta velocidade.

3.3.1.1 Caso 1: Regime subsônico

Para a análise de tais perfis de asa, utilizou-se de um domínio no formato “C”, com uma seção circular do lado esquerdo e um formato retangular do lado direito, conforme Figura 8. O semicírculo do domínio possui raio de 100 m. A região retangular possui largura de 200 m e altura de 200 m. O aerofólio encontrado dentro desta geometria possui corda de 1 metro (Figura 10).

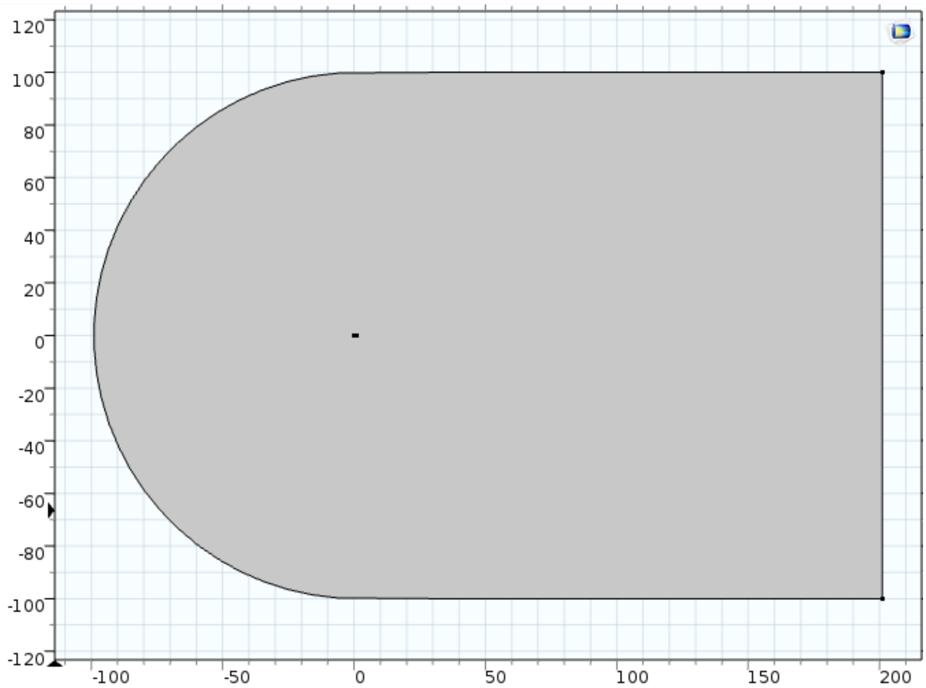

Figura 10 – Domínio sob análise em regime subsônico.

Para a análise do escoamento do ar sobre o aerofólio em regime subsônico, fez-se a subtração da geometria do mesmo tornando-o fixo e considerou-se todo o domínio restante (cor cinza da Figura 10) como sendo móvel, ou seja, sendo o fluido em movimento. Isto é possível devido ao movimento relativo entre o ar atmosférico e a seção da asa, onde se pode adotar como a seção da asa sendo móvel e o fluido parado, ou o fluido móvel e a seção da asa fixa. Desse modo, convencionou-se a última opção.

O comando da subtração, na geometria, permite avaliar o comportamento do fluido na fronteira do aerofólio, já que não se está interessado, inicialmente, em investigar a estrutura da seção da asa, e sim no comportamento aerodinâmico ao redor do dispositivo de interesse, em seus contornos.

3.3.1.2: Caso 2: Regime supersônico

Para o escoamento em regime supersônico, utilizou-se somente o modelo NACA 64A004.29 com ângulo de ataque de 6 graus, incorporado em um domínio no formato quadrático de 100 m de comprimento. Necessitou-se construir um novo domínio (Figura 11) devido à inconsistência gerada (divergência na solução numérica), inicialmente, na análise desse perfil à alta velocidade. A geometria precisou ser modificada para que houvesse convergência no método empregado.

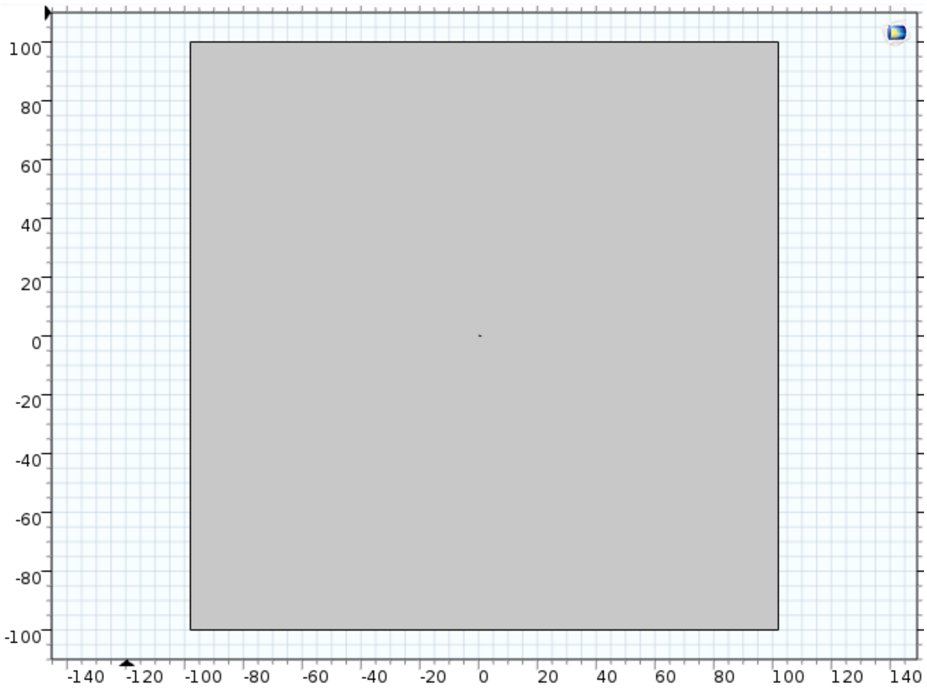

Figura 11 – Domínio sob análise em regime supersônico.

Introduziu-se, posteriormente, uma camada porosa interna de 0.5mm sobre o extradorso do aerofólio NACA 64A004.29, exibido na Figura 12, visando-se fazer um comparativo entre a seção de asa porosa e a não porosa.

Quanto ao intradorso, não houve a introdução de camada porosa nessa região.

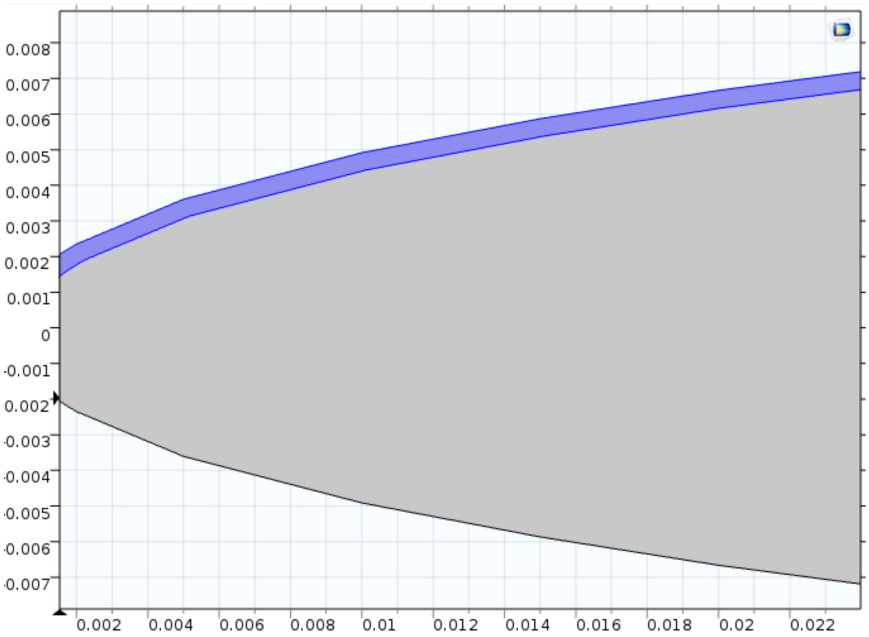

Figura 12 – Camada interna porosa (na cor azul) de 0.5mm.

3.3.2 Geração de malha

Para o caso de baixa velocidade, utilizou-se uma malha quadrangular, adaptativa e estruturada para todo o domínio sob análise (fluido em movimento), sendo que nas regiões de maior curvatura, locais da superfície do aerofólio, a malha é mais refinada a fim de proporcionar maior precisão nos pontos críticos. Nos locais com geometria regular a malha inserida é menos rica em número de elementos.

Para o caso de alta velocidade, utilizou-se uma malha triangular, adaptativa e não estruturada, com distribuição mais refinada nas proximidades do perfil de asa, visando maior precisão nos resultados gerados.

3.3.3 Seleção da física e propriedades do fluido

A seleção da física do fluido e suas propriedades foram levantadas baseadas no fato de se analisar o aerofólio sem e com uma camada porosa no extradorso. Para a análise dos modelos de tal dispositivo, foram feitas as seguintes convenções:

- Escoamento externo (em torno do aerofólio);
- Escoamento laminar no domínio adotado;
- Fluido compressível (Mach > 0.3);
- Fluido viscoso;
- Equações de Navier-Stokes em duas dimensões representando o movimento do fluido;
- Lei de Darcy para o fluxo de fluido na camada porosa sobre o extradorso (para o caso do regime supersônico);
- Modelo de turbulência *k*-*ε* para o movimento aleatório em regiões presentes nas redondezas do aerofólio;
- O fluido considerado foi o ar atmosférico com suas propriedades básicas (massa específica, viscosidade dinâmica, capacidade calorífica à pressão constante, condutividade elétrica, condutividade térmica).

3.3.4 Especificação das condições de contorno

3.3.4.1 Caso 1: Regime subsônico

Como condições de contorno foram impostos fluxo de entrada (ar) velocidade de 51 m/s, escoamento livre (região superior e inferior do domínio) e fluxo de saída (em uma condição de Newmman), conforme Figura 13. Na superfície do aerofólio especificou-se funções de parede (condição de aderência do fluido). A pressão utilizada foi a de 1 atm ($1x10^5$ Pa).

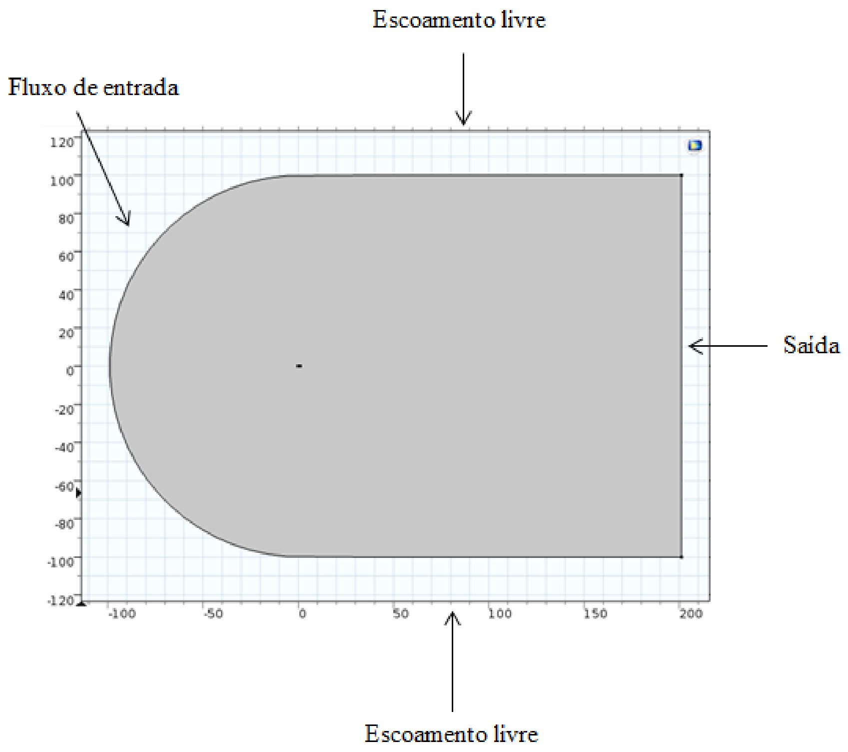

Figura 13 – Condições de contorno (subsônico).

3.3.4.2 Caso 2: Regime supersônico

Nessa análise, utilizou-se as seguintes condições (Figura 14):

- Mach de entrada (M) = 1.3;
- Escoamento horizontal no domínio;
- Pressão de entrada = 1.4 atm (1.4×10^5 Pa);
- R = 287 J/(kg.K);
- Temperatura de entrada (T) = 293.15 K;
- Gamma (γ) = 1.4;
- Velocidade de entrada = $M(\gamma RT)^{1/2}$;
- Paredes deslizantes com velocidade tangencial igual à velocidade de entrada;
- Saída com escoamento supersônico.

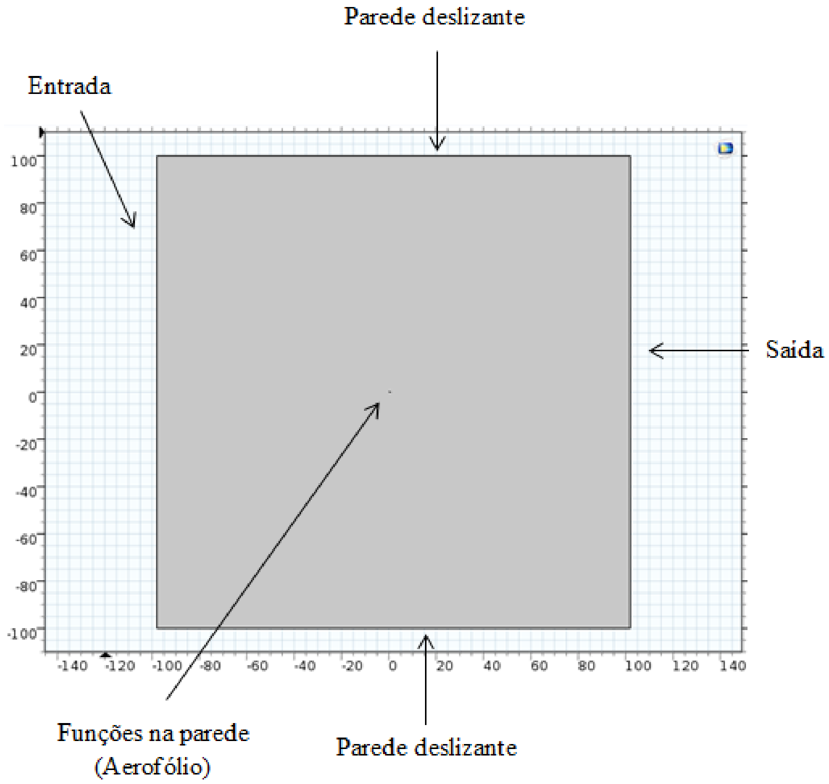

Figura 14 – Condições de contorno (supersônico).

Quanto à análise do extradorso com camada interna porosa, utilizou-se os seguintes valores numéricos para os parâmetros considerados:

- Coeficiente adimensional, α_{BJ} = 0.1;
- Permeabilidade K = 1x10^{-9}m^{2};
- Camada porosa interna com espessura de 0.5mm;
- Negligência da velocidade de Darcy na interface fluido-porosa, sendo substituída pela condição de interface de Beavers e Joseph (1967) nesta superfície.

3.4 Fase 2: Solução numérica

A solução numérica é obtida a partir do processamento de dados de código computacional, pelo método dos elementos finitos, implementado no software COMSOL Multiphysics. Os algoritmos aí inseridos visam resolver um sistema de equações algébricas. Os dados são processados depois de estabelecido a configuração do problema (pré-processamento) durante a chamada fase 1.

3.4.1 Inicialização e controle da solução

Para a obtenção da solução aproximada foi necessário o fornecimento de todos os valores discretos das propriedades do fluido em estudo, velocidade, pressão e outros parâmetros de interesse, para a inicialização antes de se calcular uma possível solução para o problema. Em teoria, condições iniciais podem ser puramente arbitrárias. Entretanto, na prática, há certa vantagem de impor tais condições de forma eficaz, pois se consegue obter a convergência do método com um menor tempo de processamento.

3.4.2 Monitoramento da convergência

Estabeleceu-se como critério de parada do processo iterativo o valor de $1x10^{-4}$ para o erro ou resíduo. Verificou-se para cada um dos modelos de aerofólio estudados quantas iterações foram necessárias para que o sistema de equações algébricas, aproximadas da solução verdadeira das equações diferenciais parciais, apresentasse valores consistentes e estáveis (convergência = consistência + estabilidade). Visualizou-se o crescimento e decaimento dos erros durante o cálculo numérico (processamento).

3.5 Fase 3: Resultados (pós-processamento)

Após a solução numérica, fase de processamento e verificação da convergência do método numérico, interpretou-se os resultados gerados. Fez-se uma análise gráfica a fim de obter uma rápida impressão do comportamento aerodinâmico do aerofólio, da interação entre o fluido (ar) e tal dispositivo, levando em consideração a ausência ou presença da camada porosa no extradorso da seção da asa.

3.5.1 Gráficos X-Y

Identificou-se, detalhadamente, a relação entre as variáveis dependentes e independentes associadas aos parâmetros aerodinâmicos, tais como perfis de velocidade, distribuição de pressão, forças de sustentação e arrasto. Utilizando esses gráficos, fez-se um comparativo entre resultados numéricos para os dois modelos de perfil de asa, e entre a solução numérica e dados experimentais.

3.5.2 Linhas de escoamento

Visualizou-se, com esses tipos de gráficos, a perspectiva do fluido em escoamento sobre o aerofólio. Identificou-se em que pontos os elementos do fluido mudam de movimento, onde apresentam comportamento uniforme (velocidade constante), e em que direção as camadas de ar estão escoando.

3.5.3 Curvas de contorno

Verificou-se, com o auxílio das curvas de contorno, os pontos críticos do sistema, ou seja, os máximos e mínimos locais. Analisou-se as zonas de baixa e alta pressão, o perfil de velocidade, a região do domínio que, de fato, exigia uma maior atenção e tratamento. Para o escoamento em alta velocidade, foram evidenciados os contornos de temperatura presente no modelo.

4. RESULTADOS

4.1 Regime subsônico (Mach = 0.15)

4.1.1 NACA 0012

4.1.1.1 Malha mapeada

Para a análise numérica do escoamento sobre o aerofólio NACA 0012, construiu-se uma malha estruturada adaptativa, com maior refinamento na região do dispositivo em estudo, de modo a se obter maior precisão dos dados. Malha estruturada possui um padrão de construção de menor custo computacional, sendo bastante utilizada para geometrias simples. A malha foi gerada a partir de três mapeamentos, conforme Figuras 15. O primeiro na região retangular superior, o segundo na região circular levando em consideração a simetria do aerofólio, e o terceiro na região retangular inferior. A cor mais negra corresponde à malha refinada e a coloração mais cinza à malha de menor refinamento.

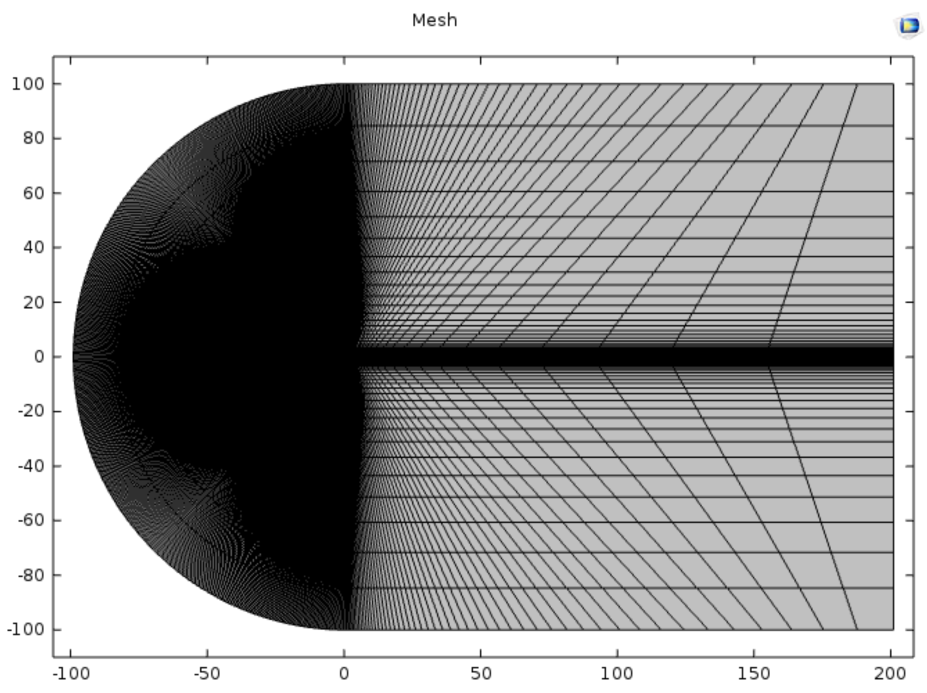

Figura 15 – Malha mapeada distribuída (quadrangular).

Como é possível visualizar na Figura 16, a malha foi refinada nas regiões de maior curvatura do dispositivo em estudo, pois são zonas críticas, onde o fluido se choca com a seção de asa (bordo de ataque) e deixar de interagir com a mesma (bordo de fuga). Utilizou-se uma malha com menor refinamento no local mais afastado do aerofólio, pois nesse local não há interesse no escoamento do ar de forma detalhada uma vez que não interage com o aerofólio. Assim sendo, procura-se reduzir o custo computacional no momento do processamento dos dados.

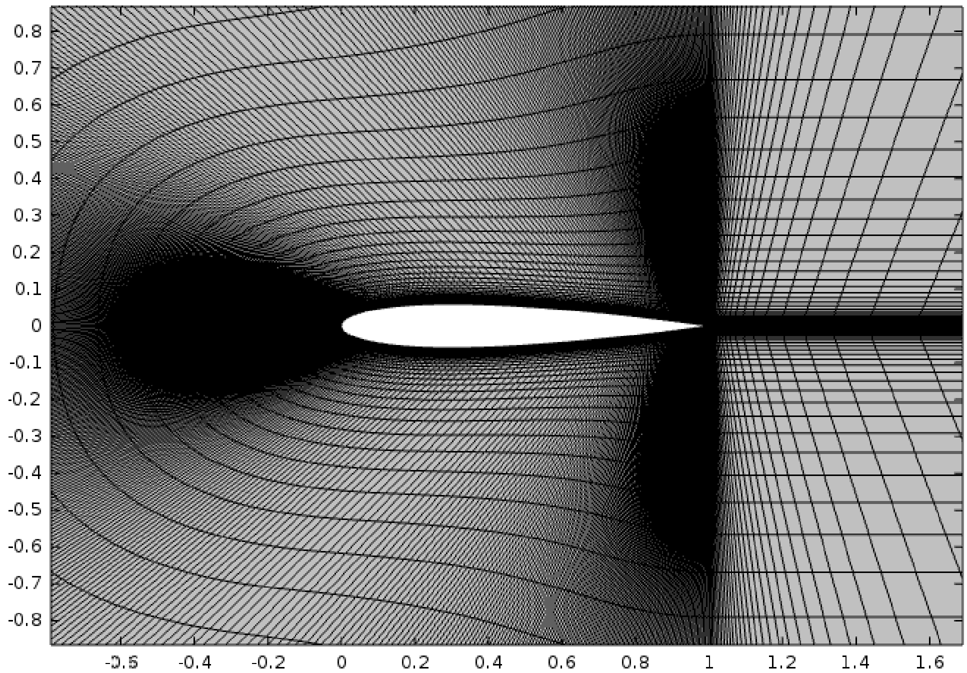

Figura 16 – Distribuição da malha ao redor do aerofólio NACA 0012.

A Tabela 1 fornece a estatística da malha empregada.

Tabela 1 – Estatística da malha (NACA 0012)

Detalhes da malha	**Número**
Elementos do domínio	61200
Elementos da aresta	1324
Elementos de vértices	4
Área da malha	55710 m^2

4.1.1.2 Convergência do método

Utilizou-se como critério de parada a tolerância de 10^{-4}. Para a estabilização do método empregou-se o número de Courant-Friedrichs-Lewy, já implementado no software COMSOL Myltiphysics, com falso passo de tempo.

A Figura 17 permitiu visualizar e avaliar a convergência da solução numérica imposta para o modelo. Investigou-se o comportamento de duas curvas associadas às variáveis definidas. O "segregated group 1", com cor azul, representou o processo de solução para as variáveis campo de velocidade e pressão. O "segregated group 2", com cor verde, representou o processo de solução para o modelo de turbulência, ou seja, para as variáveis quantidade turbulenta (k) e taxa de dissipação da energia turbulenta (ε).

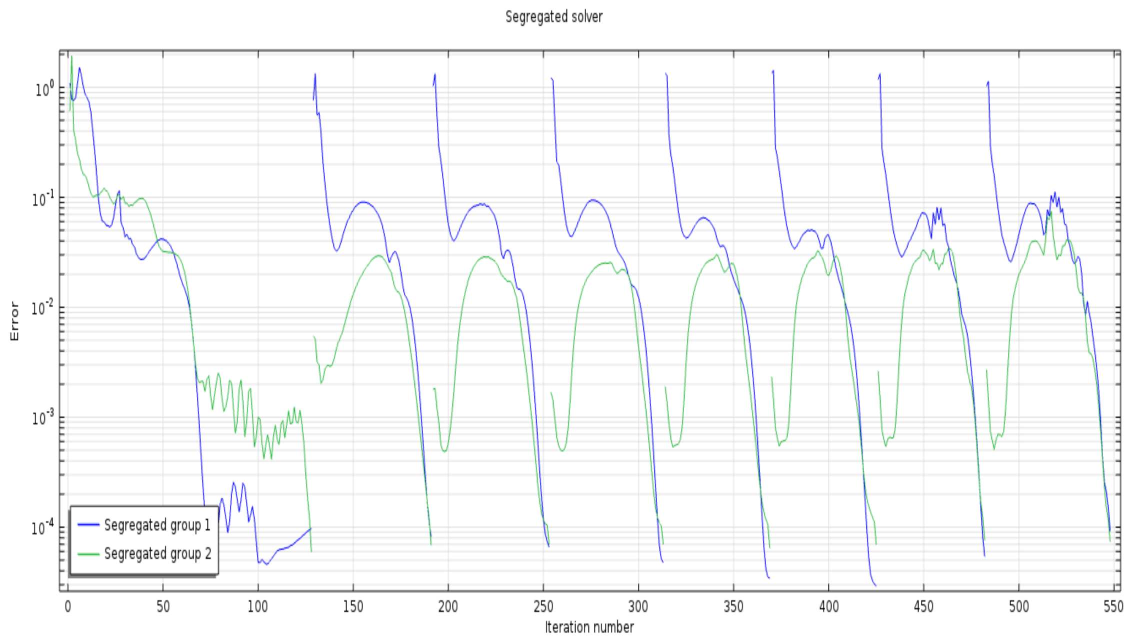

Figura 17 – Convergência da solução numérica (subsônico).

Oito curvas de convergência foram obtidas, pois foram analisados oito ângulos de ataque (0, 2°, 4°, 6°, 8°, 10°, 12° e 14°). Para o primeiro ângulo, notou-se maior oscilações dos dois grupos, onde tal comportamento apresentou maior intensidade na faixa de erro correspondente a 10^{-3}. Para o primeiro caso, o grupo 1 apresentou maior velocidade de convergência.

Nos demais casos, os sete ângulos de ataque restantes, houve um padrão de comportamento similar entre tais. A curva de cor azul apresentou um rápido decrescimento, com um aumento no formato parabólico, visto macroscopicamente, e posterior decrescimento. A curva de cor verde apresentou um decrescimento com aumento do erro sob forma não linear e, posteriormente, contínuo decrescimento.

4.1.1.3 Campo de velocidade

Obteve-se campo de velocidade para os respectivos ângulos de ataque 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 e 14 graus. A Figura 18 exibe a distribuição de velocidade, com a representação das linhas de escoamento do ar sobre o aerofólio, a um ângulo de ataque $\alpha = 14°$.

Para o ângulo de ataque considerado (Figura 18), notou-se linha de escoamento com maior velocidade na região superior do aerofólio (azul mais claro) e menor velocidade na região inferior do mesmo (azul mais escuro). A máxima velocidade atingida localizou-se no extradorso, com valor de 166 m/s (597.6 km/h). A menor velocidade foi obtida na superfície do aerofólio, pois existe o choque das moléculas do ar com tal seção de asa, dificultando o movimento do fluido. Também se identificou baixa velocidade no bordo de fuga do aerofólio.

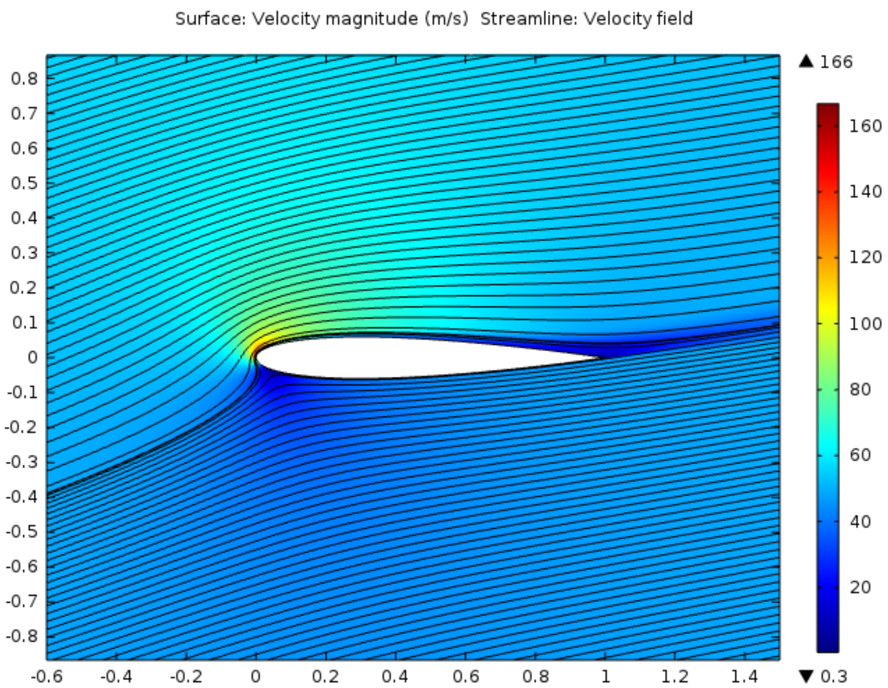

Figura 18 – Distribuição de velocidade (M = 0.15 e $\alpha = 14°$).

4.1.1.4 Coeficientes aerodinâmicos

O coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque foi obtido levando em consideração os valores de ângulo de ataque mencionados. A curva, obtida numericamente, apresentou comportamento linear. Tal curva foi comparada com os dados experimentais de Ladson (1988).

Através da Figura 19, constatou-se que existe uma boa concordância dos dados experimentais (pontos azuis) com o resultado do modelo (linha contínua azul).

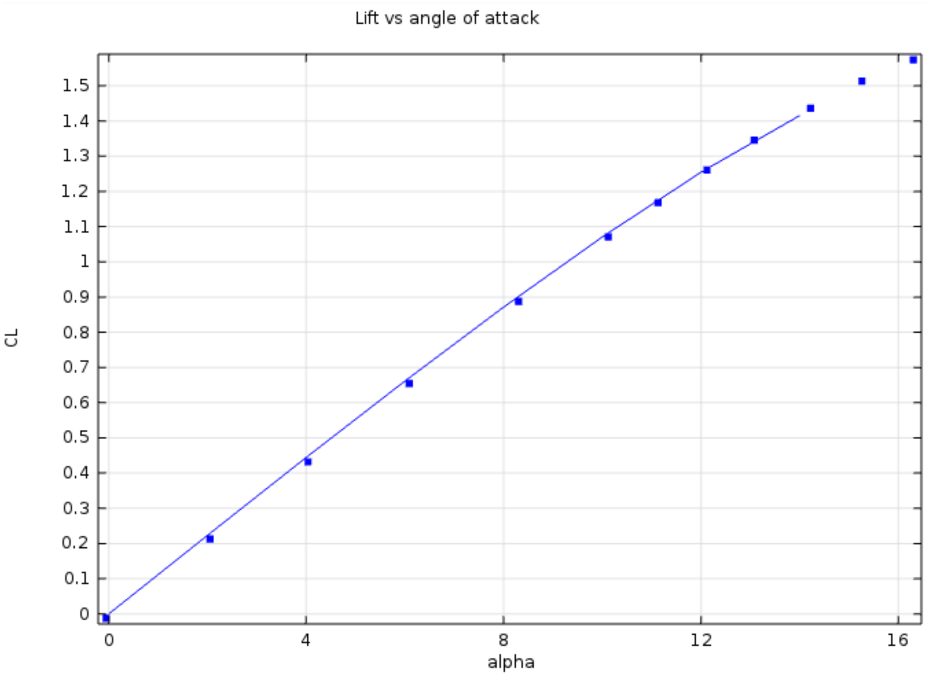

Figura 19 – Coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque.

A Figura 20 exibe um comparativo entre os resultados numéricos do coeficiente de arrasto e os resultados experimentais de Ladson (1988). Com a inclinação do aerofólio, aumenta-se a área de contato de tal dispositivo, contribuindo para o aumento de tal coeficiente e aumentado, consequentemente, a resistência imposta pelo ar atmosférico. Os dados numéricos (linha contínua azul) não apresentaram alto grau de correlação com respeito aos experimentais (pontos azuis), mas identificou-se um comportamento crescente não linear em ambos, de forma pouco acentuada.

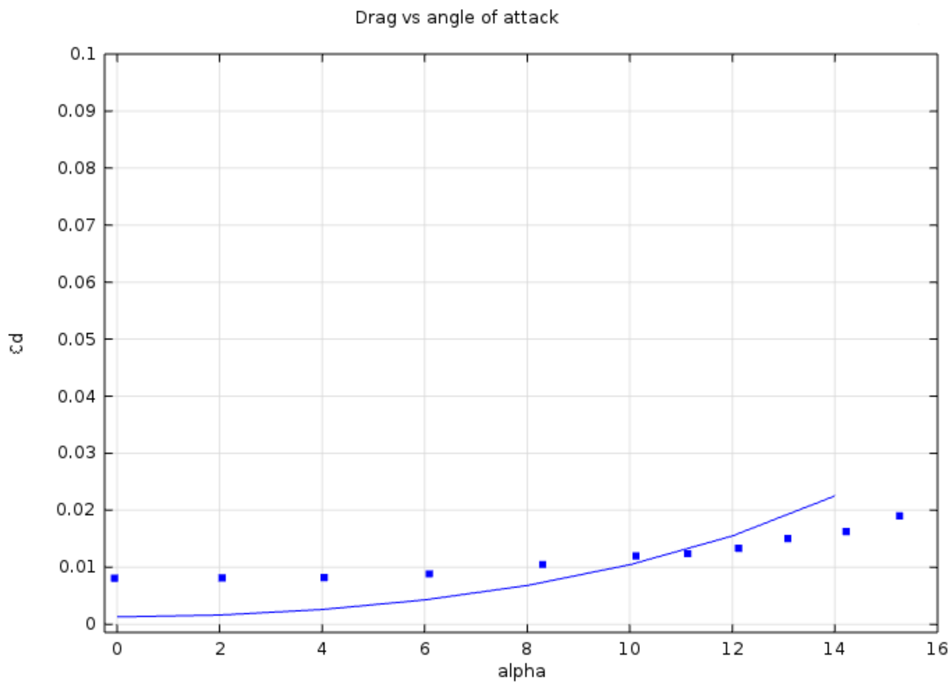

Figura 20 – Coeficiente de arrasto em função do ângulo de ataque.

Buscando-se, avaliar o grau de ajustamento do modelo numérico em relação aos dados experimentais, para o coeficiente de sustentação, construiu-se a Tabela 2 com os valores do erro absoluto, erro relativo percentual e erro quadrático. Para isso utilizou-se ângulos de ataque de 2.05°, 4.04°, 6.09°, 8.30°, 10.12°, 11.13°, 12.12°, 13.08°, 14.22°, 15.26°, 16.30° e 17.13°, sendo esses os ângulos usados no resultado experimental de referência (LADSON, 1988).

Tabela 2 – Comparativo numérico-experimental do C_L (NACA 0012)

α	C_L numérico	C_L experimental	Erro absoluto	Erro relativo (%)	Erro quadrático
2.05	0.22871	0.21250	0.01621	7.62824	2.62764×10^{-4}
4.04	0.44872	0.41360	0.03512	8.49130	1.23341×10^{-3}
6.09	0.67091	0.65460	0.01631	2.49160	2.66016×10^{-4}
8.30	0.90195	0.88730	0.01465	1.65108	2.14623×10^{-4}
10.12	1.08220	1.07070	0.01150	1.07406	1.32250×10^{-4}
11.13	1.17700	1.16850	0.00850	0.72743	7.22500×10^{-5}
12.12	1.26500	1.26050	0.00450	0.35700	2.02500×10^{-5}
13.08	1.34500	1.34550	0.00050	0.03716	2.50000×10^{-7}
14.22	1.43150	1.43650	0.00500	0.34807	2.50000×10^{-5}
15.26	1.50030	1.51290	0.01260	0.83284	1.58760×10^{-4}
16.30	1.55630	1.57390	0.01760	1.11824	3.09760×10^{-4}
17.13	1.58880	1.61160	0.02280	1.41474	5.19840×10^{-4}

Analisando a Tabela 2, calculou-se o erro absoluto médio, o erro relativo percentual médio e o erro quadrático médio. Os respectivos valores foram 0.01377, 2.18098% e 2.67931x10^{-4}. Constatou-se, a partir dessa análise, um alto grau de correlação entre os resultados numéricos e os experimentais com respeito ao coeficiente de sustentação.

4.1.1.5 Distribuição de pressão

Fazendo-se a consideração do mesmo ângulo de ataque (α = 14°), de acordo com Figura 21, notou-se uma zona de menor pressão no extradorso próximo ao bordo de ataque, onde a velocidade do fluido apresenta maior intensidade. Para uma menor pressão existe uma maior velocidade do fluido em escoamento, pois, teoricamente, existe uma menor porção de moléculas de ar nessa região, contribuindo para uma menor frequência de choque entre as mesmas, contribuindo para o aumento de velocidade.

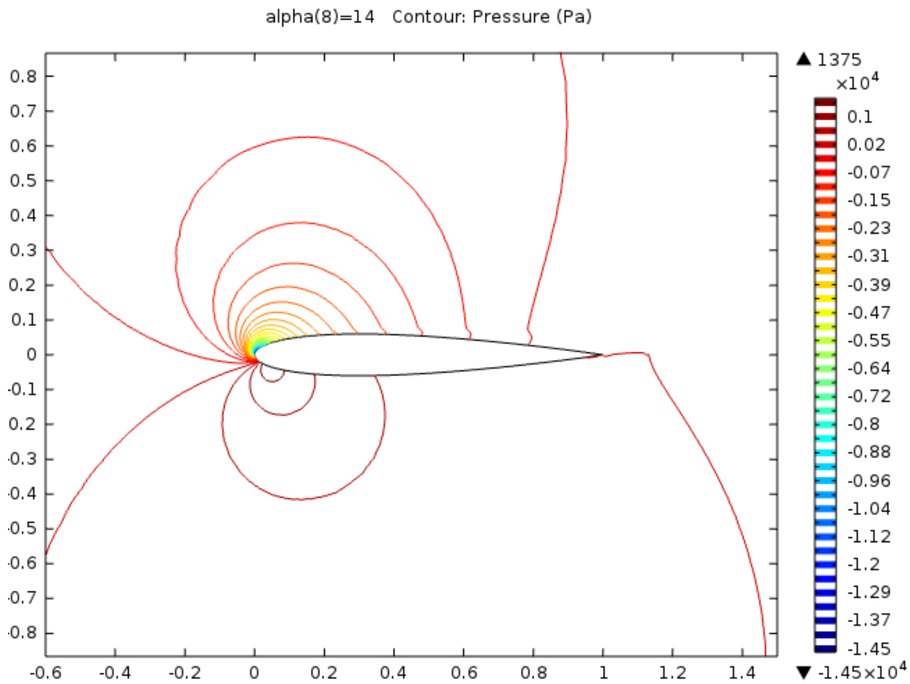

Figura 21 – Contorno de pressão do NACA 0012 (α = 14°).

Com respeito ao coeficiente de pressão, fez-se um comparativo entre o modelo numérico e os resultados experimentais de Gregory e O'Reilly (1970). Tal coeficiente permite avaliar a razão entre a diferença da pressão no ponto da superfície do aerofólio pela pressão em escoamento livre, e a pressão dinâmica (relativa ao movimento do fluido). O coeficiente de pressão foi analisado para a superfície superior (extradorso) da seção da asa do modelo NACA 0012, com ângulo de ataque de 10°.

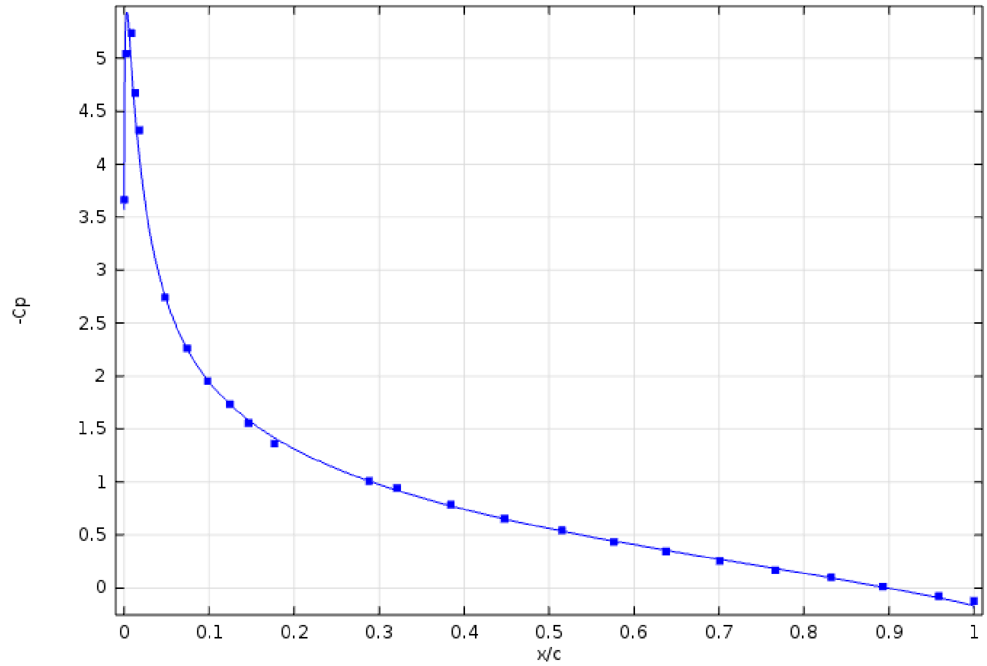

Figura 22 – Coeficiente de pressão ao longo do extradorso (α = 10°).

Identificou-se (a partir da Figura 22) um alto grau de correlação entre o modelo (linha contínua) e os dados experimentais (pontos). O eixo das ordenadas representa o negativo do coeficiente de pressão, ou seja, o extremo positivo representa o valor de menor coeficiente. Dessa forma, o pico que acontece para $0 < x/c < 0.1$, corresponde a um valor mínimo de aproximadamente –5.5 para o coeficiente de pressão. Este pico está associado à zona de menor pressão.

4.1.2 NACA 64A004.29

4.1.2.1 Malha gerada

Para esse modelo de aerofólio, gerou-se uma malha quadrangular estruturada adaptativa, com maior refinamento na fronteira de tal seção de asa. Gerou-se um total de 60200 elementos no domínio estudado, com crescimento dos elementos desde a superfície do aerofólio até a fronteira do domínio. As regiões de maior curvatura apresentaram elementos com menor tamanho a fim de proporcionar maior precisão na solução numérica.

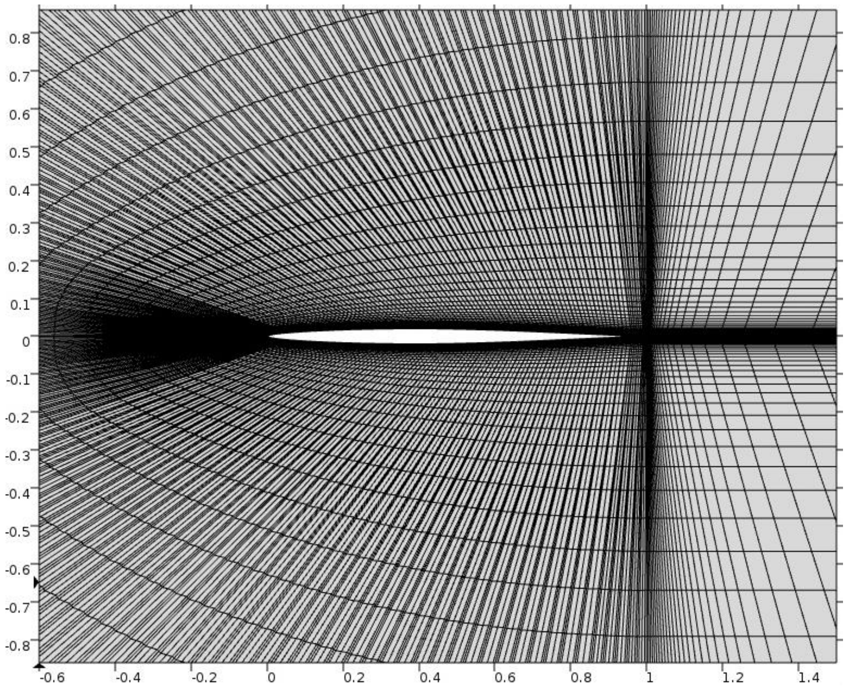

Figura 23 – Malha gerada no modelo NACA 64A004.29.

Empregou-se termos de difusão para promover a convergência do método numérico, tanto para as equações de Navier-Stokes quanto para o modelo de turbulência, com valor de 0.5 para a difusão isotrópica.

4.1.2.2 Campo de velocidade

Obteve-se o campo de velocidade com velocidade máxima de 146 m/s (525.6 km/h) na região do extradorso, próximo ao bordo de ataque de tal modelo NACA.

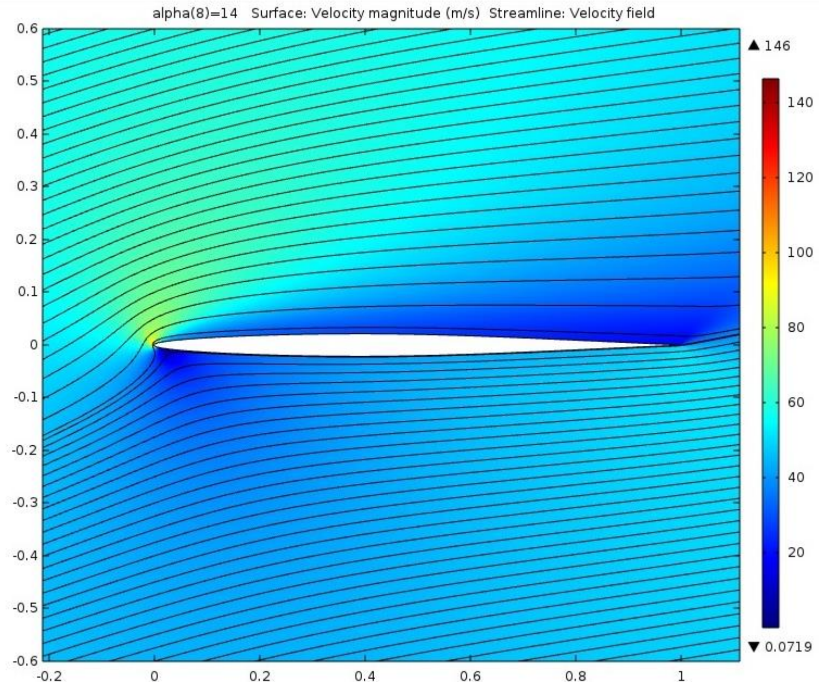

Figura 24 – Campo de velocidade do NACA 64A004.29 (M = 0.15 e α = 14°).

Obteve-se campo de velocidade para os respectivos ângulos de ataque 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 e 14 graus**.** A Figura 24 exibe as linhas de escoamento ao redor do modelo de aerofólio, para ângulo de ataque sendo 14°, correspondente ao F-22. Este é um perfil menos espesso, quando comparado ao NACA 0012, com menor seção transversal (menor área).

Observou-se campo de velocidade de maior módulo na região superior ao bordo de ataque. Velocidade de menor módulo esteve presente na região inferior do bordo de ataque e na superfície superior da seção de asa (extradorso), devido à inclinação desse dispositivo.

4.1.2.3 Coeficiente de sustentação

Fez-se um comparativo entre os coeficientes de sustentação dos modelos NACA 0012 e 64A004.29 (Figura 25).

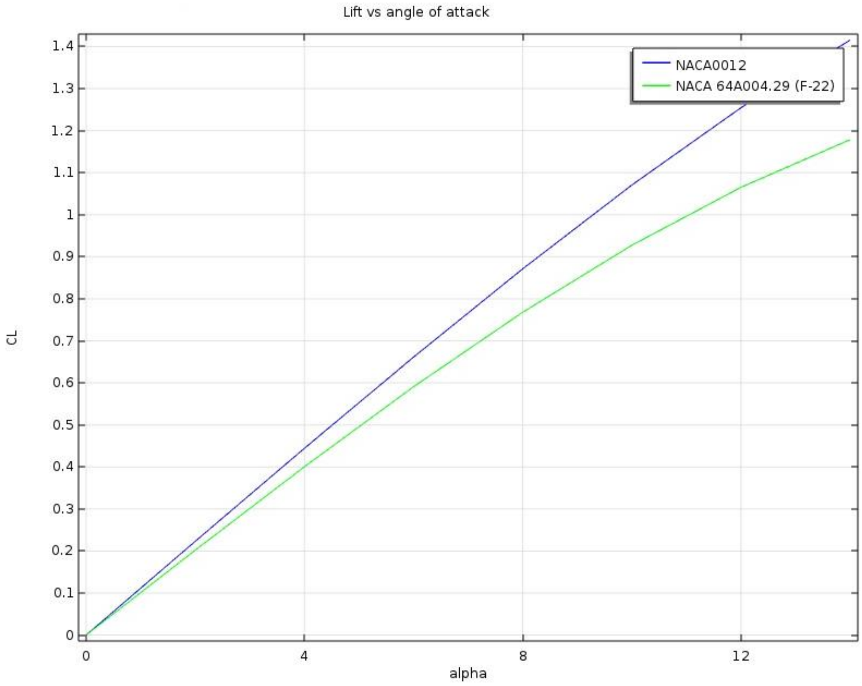

Figura 25 – Coeficientes de sustentação dos dois perfis estudados.

Conforme Homa (2010), o coeficiente de sustentação é um valor numérico que representa a capacidade do aerofólio produzir sustentação, dependendo do formato do aerofólio e do ângulo de ataque. Notou-se uma maior magnitude de tal parâmetro para o NACA 0012, pois este possui maior área e é mais curvo, quando comparado ao segundo modelo, devendo-se observar que os mesmos ângulos de ataque, de forma sequencial, foram adotados para ambos os perfis de asa.

A partir desses resultados numéricos, percebeu-se que o coeficiente de sustentação máximo do NACA 0012 é maior que o do NACA 64A004.29.

4.1.2.4 Distribuição de pressão

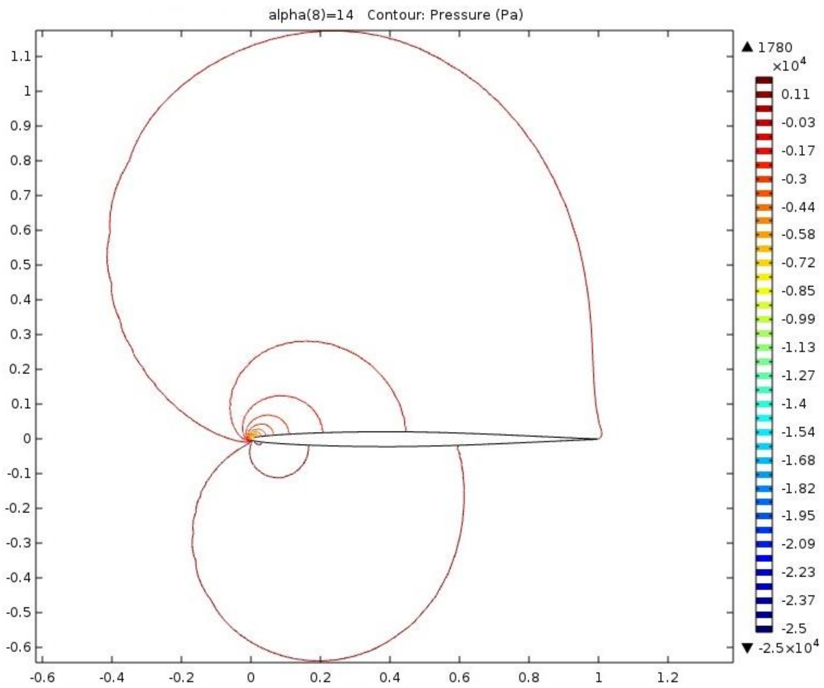

Figura 26 – Contorno de pressão do NACA 64A004.29 (α = 14°).

A zona de pressão com menor magnitude, em módulo, encontrou-se nas proximidades do bordo de ataque, no extradorso do aerofólio (Figura 26). Devido à inclinação da asa, a extremidade frontal superior de tal dispositivo está sujeito a menor porção de moléculas de ar interagindo, consequentemente menor matéria nesse local e, assim, correspondendo a uma menor pressão imposta na superfície.

Comparou-se o coeficiente de pressão ao longo do extradorso de cada um dos perfis de asa analisados (avaliando para ângulo de ataque igual a 10 graus). Verificou-se que o NACA 64A004.29 apresentou maior pico com valor numérico de aproximadamente 12, considerando o termo -Cp, conforme Figura 27.

Observou-se que o perfil correspondente ao F-22 (linha contínua verde da Figura 27) apresentou um ponto máximo na posição inicial da superfície. Posteriormente, houve um decrescimento mais acentuado, em relação ao NACA 0012, e o valor do coeficiente de pressão continuou inferior até a posição 0.6 < x/c < 0.7, quando o NACA 64A004.29 passou a apresentar maiores valores numéricos próximo ao bordo de fuga.

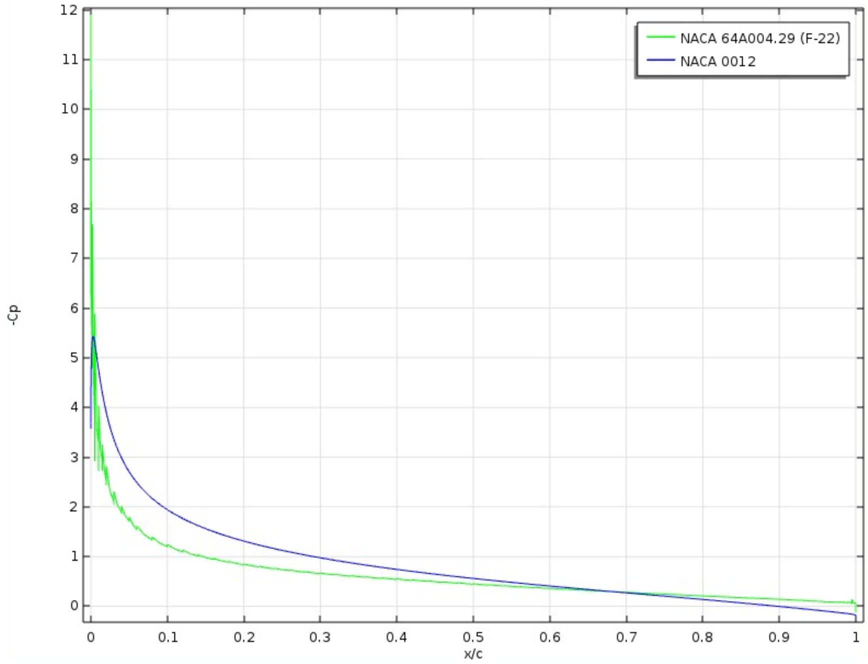

Figura 27 – Coeficiente de pressão no extradorso para os dois modelos (α = 10°).

4.2 Regime supersônico (Mach = 1.3)

4.2.1 NACA 64A004.29 sem camada porosa

4.2.1.1 Malha triangular

Para a simulação do escoamento em regime supersônico, com Mach = 1.3, utilizou-se de malha tridimensional (não estruturada) adaptativa com distribuição de maior concentração de elementos finitos, da mesma, na superfície da asa, de forma a proporcionar maior precisão das variáveis de interesse em torno do aerofólio. Obteve-se número de elementos de domínio igual a 180372 (Figura 28).

Avaliou-se a qualidade da malha obtida durante sua construção. Empregou-se um índice, variando de 0 a 1, para verificar o grau de adequação da malha ao modelo estudado que, de fato, influi na convergência do método numérico. Com a visualização da Figura 29, percebeu-se a predominância de concentração de elementos e de graus de liberdade nas regiões críticas para esse estudo, tal que a malha apresenta alto nível de qualidade sendo, portanto, viável ao processamento dos dados.

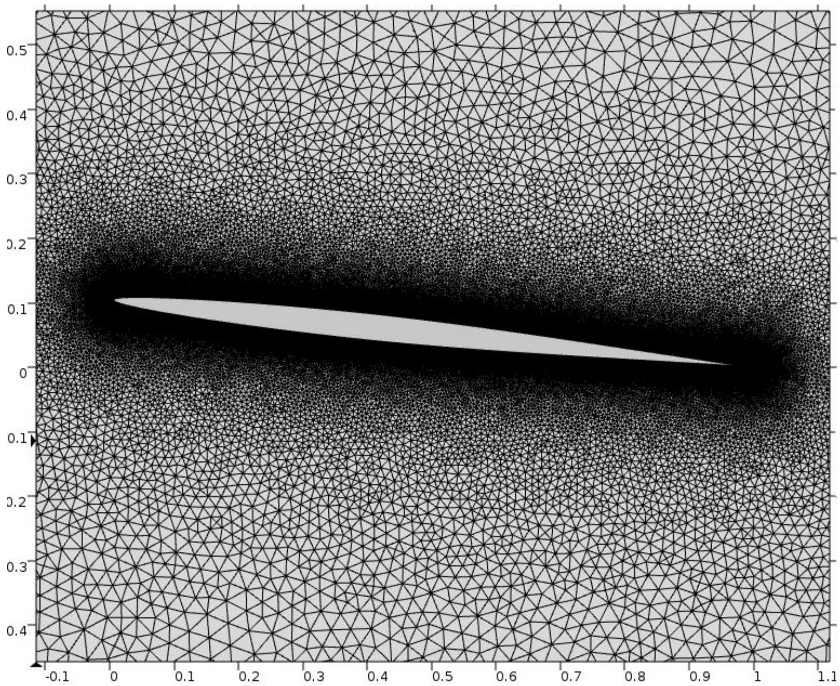
Figura 28 – Malha triangular gerada para o modelo NACA 64A004.29.

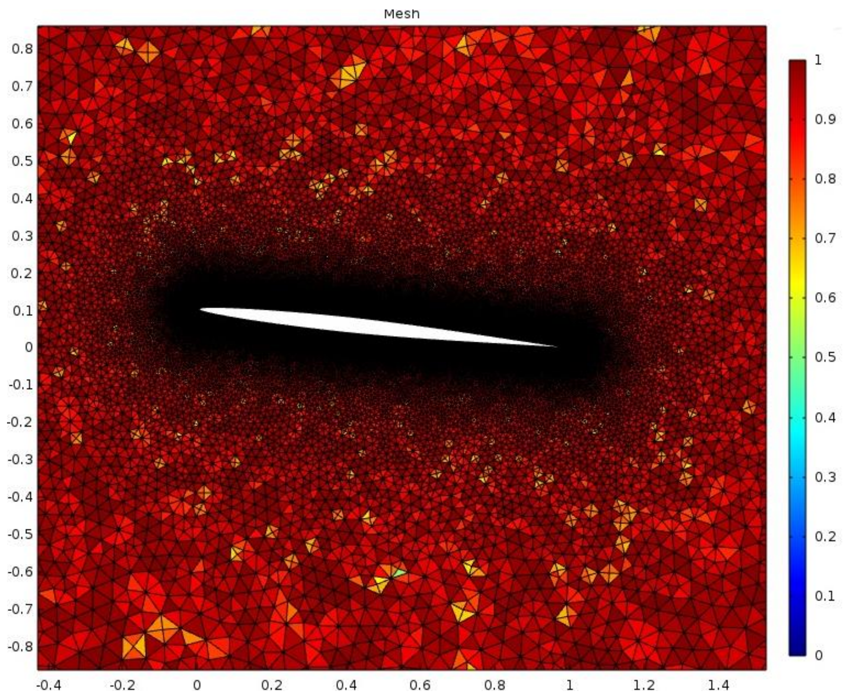

Figura 29 – Qualidade da malha gerada para o modelo NACA 64A004.29.

4.2.1.2 Convergência do método

Empregou-se tolerância de 10^{-4} para processamento numérico dos dados. Utilizou-se o número de Courant-Friedrichs-Lewy com falso passo de tempo para essa análise. Precisou-se, também, utilizar o termo de difusão para fornecer consistência à estabilização. Dessa forma utilizou-se termo de difusão para equações de transferência de calor, de Navier-Stokes e de turbulência iguais a, respectivamente, 0.5, 0.5 e 0.8.

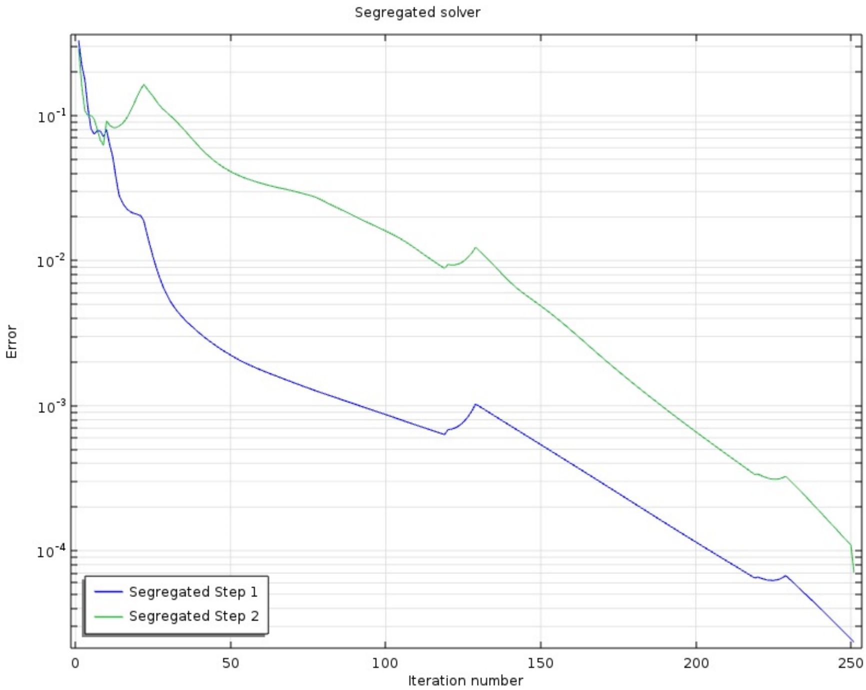

Figura 30 – Convergência da solução numérica (M = 1.3 e α = 6°).

Na Figura 30, estão presente as curvas “Segregated Step 1” e “Segregated Step 2”. A primeira representa o comportamento do processamento para as variáveis campo de velocidade, pressão e temperatura. Já o segundo representa a variação da energia cinética turbulenta e da taxa de dissipação.

Notou-se que a curva azul convergiu mais rapidamente que a curva verde, com número de iteração próximo de 250.

4.2.1.3 Distribuição de velocidade

Observou-se, na Figura 31, o campo de velocidade para a seção de asa correspondente ao caça F-22 com ângulo de ataque de 6 graus.

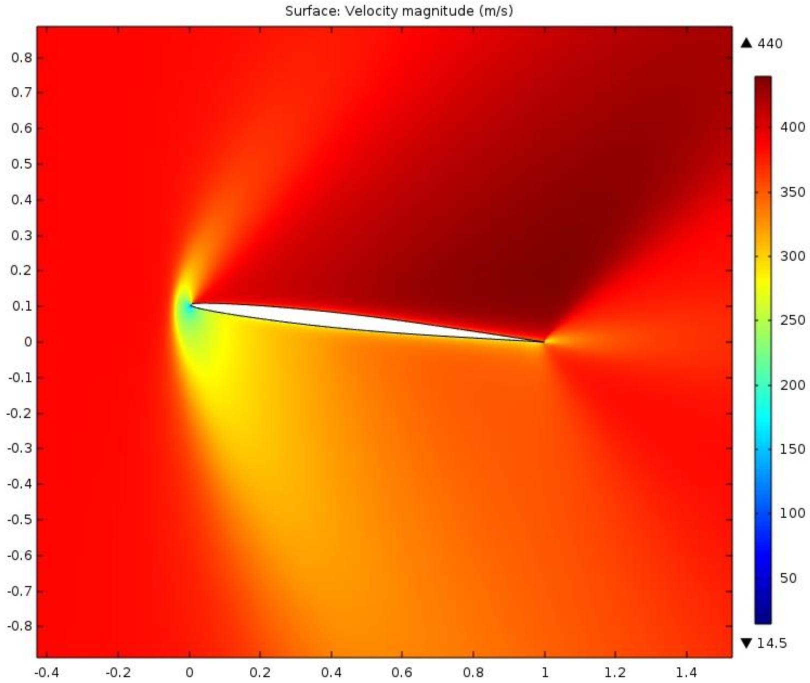

Figura 31 – Campo de velocidade do NACA 64A004.29 (M = 1.3 e α = 6°).

Verificou-se, conforme Figura 31, ondas de choque no bordo de ataque e bordo de fuga do aerofólio. A velocidade mínima (14.5 m/s ou 52.2 km/h) esteve presente na região frontal do aerofólio, enquanto a máxima encontrada (440 m/s ou 1584 km/h) localizou-se próximo à superfície superior de tal dispositivo.

Na Figura 32, avalia-se a variação da velocidade no extradorso e no intradorso do aerofólio.

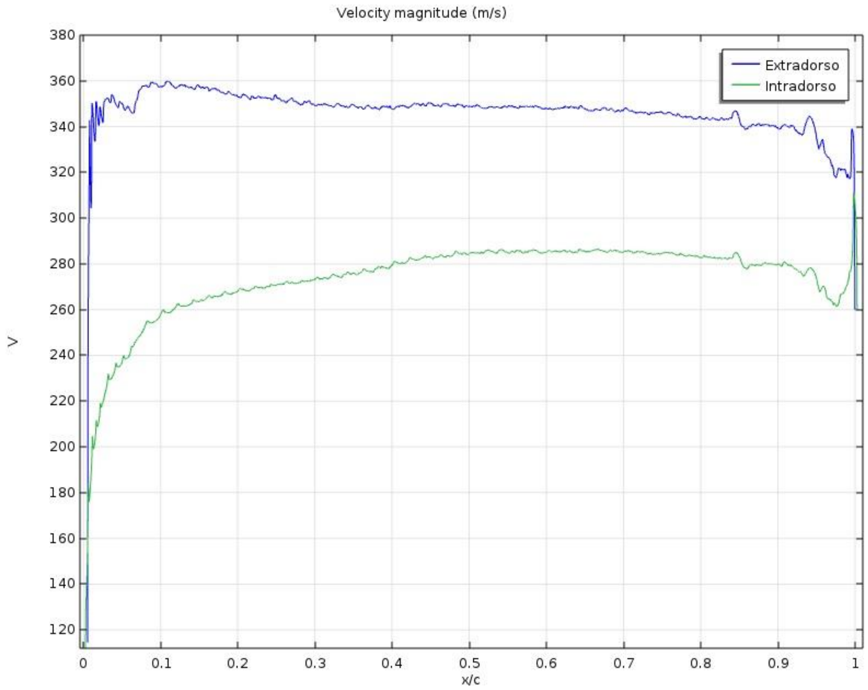

Figura 32 – Velocidade na superfície do NACA 64A004.29 (M = 1.3 e α = 6°).

Para o extradorso (curva azul da Figura 32), observou-se, inicialmente, um aumento acentuado da velocidade, indo de 14.5 m/s (próximo ao bordo de ataque) a um valor numérico superior a 340 m/s (x/c < 0.1). Na superfície superior do perfil, houve uma manutenção de velocidade entre 340 e 360 m/s, não havendo uma variação brusca dessa variável. Porém, no bordo de fuga, a velocidade reduziu-se drasticamente para 260 m/s.

No intradorso (curva verde da Figura 32), conferiu-se um aumento gradual da velocidade para x/c < 0.1. Posteriormente, constatou-se oscilação da mesma entre 260 e 290 m/s para 0.1 < x/c < 0.9.

4.2.1.4 Pressão

Quanto aos contornos de pressão (Figura 33), reparou-se maior magnitude no bordo de ataque, pois é a região de choque entre as moléculas de ar e o aerofólio. A partir dos contornos, percebeu-se uma zona de maior pressão abaixo do intradorso e menor pressão acima do extradorso (promovendo a sustentação na seção da asa).

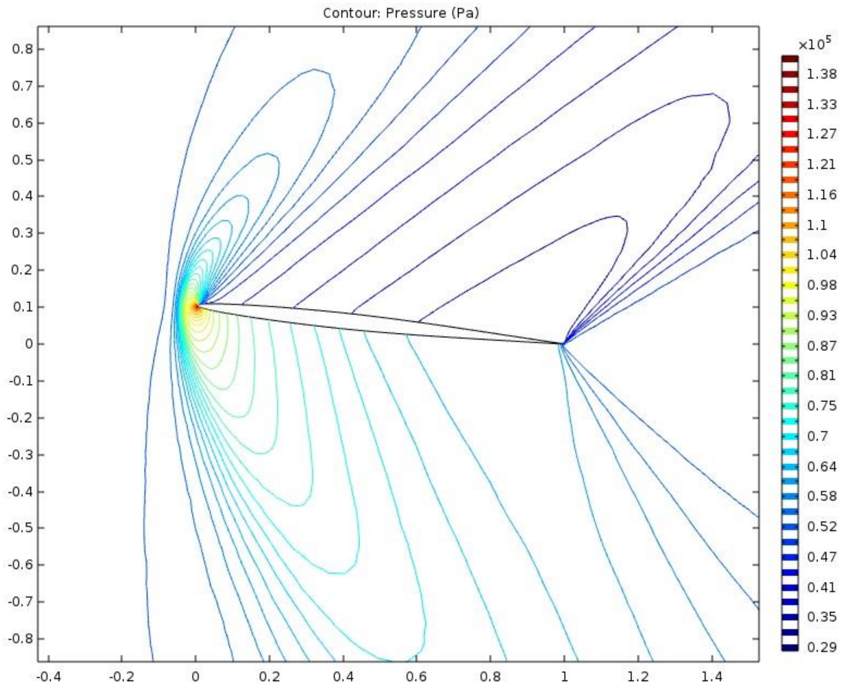

Figura 33 – Contornos de pressão do NACA 64A004.29 (M = 1.3 e α = 6°).

Avaliando o coeficiente de pressão na superfície do perfil, Figura 34, constatou-se maior pressão relativa no bordo de ataque, com decrescimento pouco acentuado para as duas superfícies, extradorso (curva azul) e intradorso (curva verde).

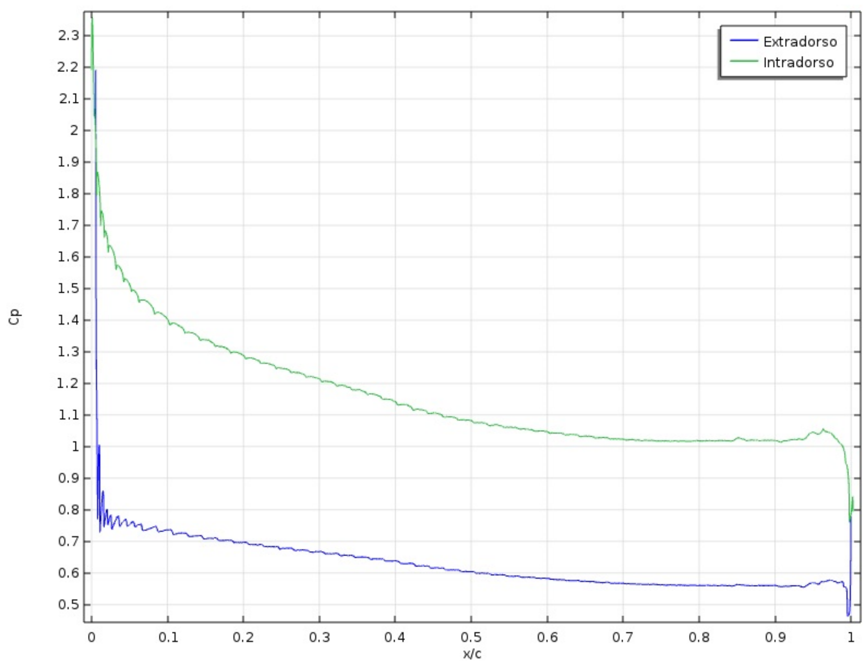

Figura 34 – Coeficiente de pressão do NACA 64A004.29 (M = 1.3 e α = 6°).

4.2.1.5 Temperatura

Observou-se maior temperatura nas regiões próximas ao intradorso (Figura 35), região de maior atrito das moléculas de ar com a seção de asa.

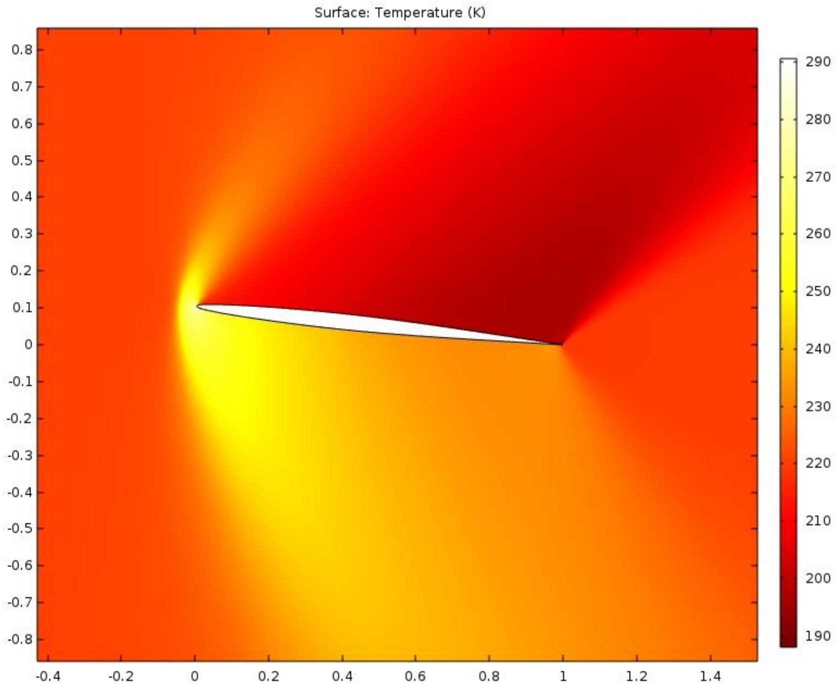

Figura 35 – Distribuição de temperatura do NACA 64A004.29 (M = 1.3 e α = 6°).

Os contornos isotérmicos de temperatura, visualizados na Figura 36, fornecem um maior detalhamento do comportamento da temperatura ao redor do aerofólio. Notou-se que os contornos associados com o extradorso possuem menor valor numérico para a variável em questão. Vale ressaltar que a região de maior pressão, no bordo de ataque, é onde, também, a temperatura apresenta valor máximo.

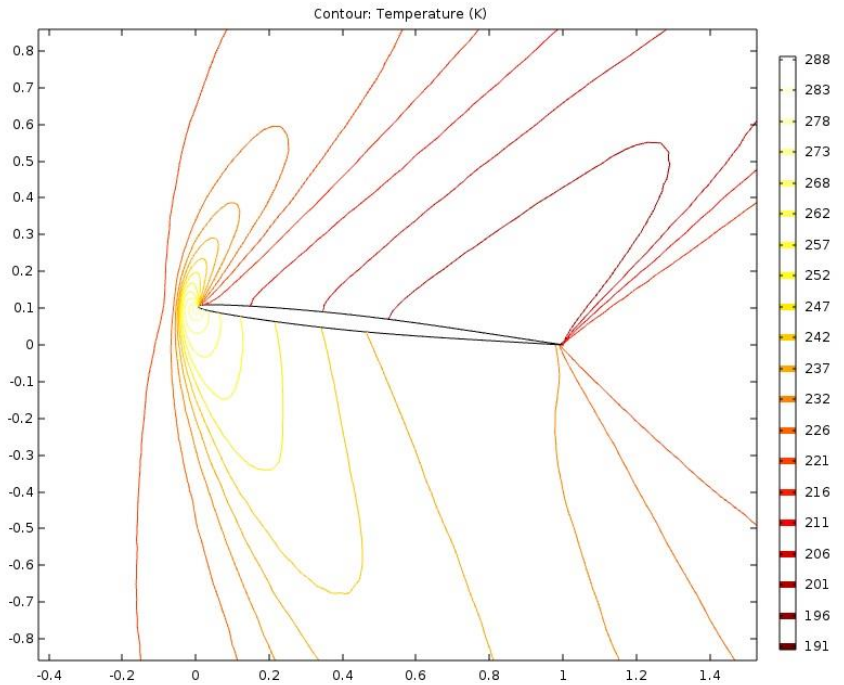

Figura 36 – Contornos de temperatura do NACA 64A004.29 (M = 1.3 e α = 6°).

4.2.2 NACA 64A004.29 com camada porosa

4.2.2.1 Distribuição de velocidade no extradorso

Avaliou-se o extradorso do NACA 64A004.29 com camada porosa (0.5mm) e comparou-se com a mesma superfície superior sem camada.

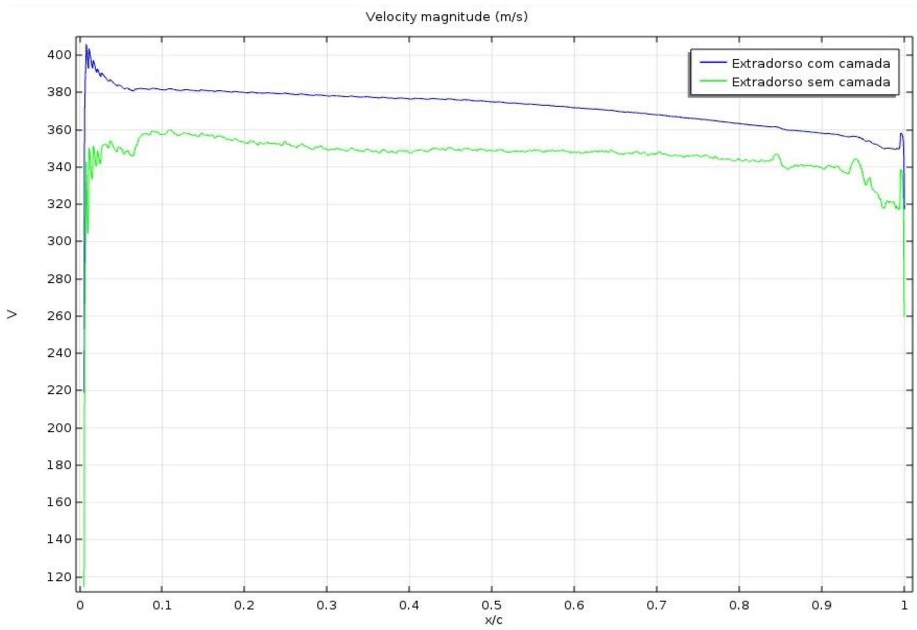

Figura 37 – Velocidade no extradorso do NACA 64A004.29 (comparativo).

Verificou-se, na Figura 37, uma maior distribuição de velocidade para o modelo de aerofólio com camada porosa. O extradorso com camada apresentou um pico de velocidade próximo de 400m/s vizinho ao bordo de ataque, enquanto a mesma superfície sem camada porosa apresentou valor máximo de aproximadamente 360m/s. Notou-se que tal camada proporcionou um aumento significativo no campo de velocidade em toda a superfície superior da seção de asa, e, portanto, uma elevação na sustentação da asa.

4.2.2.2 Distribuição de pressão no extradorso

Com respeito à pressão, conforme Figura 38, constatou-se uma redução significativa no pico de pressão, nas vizinhanças da região frontal do perfil, reduzindo o efeito de choque de seu deslocamento. Posteriormente, para o extradorso com camada porosa, a pressão apresenta um crescimento ($0 < x/c < 0.1$) e se mantém entre $0.4x10^5$Pa e $0.5x10^5$Pa. Em relação ao extradorso sem camada, há um decrescimento pouco acentuado da pressão ao longo da superfície apresentando pressão entre $0.3x10^5$ e $0.4x10^5$ para $0.4 < x/c < 0.9$.

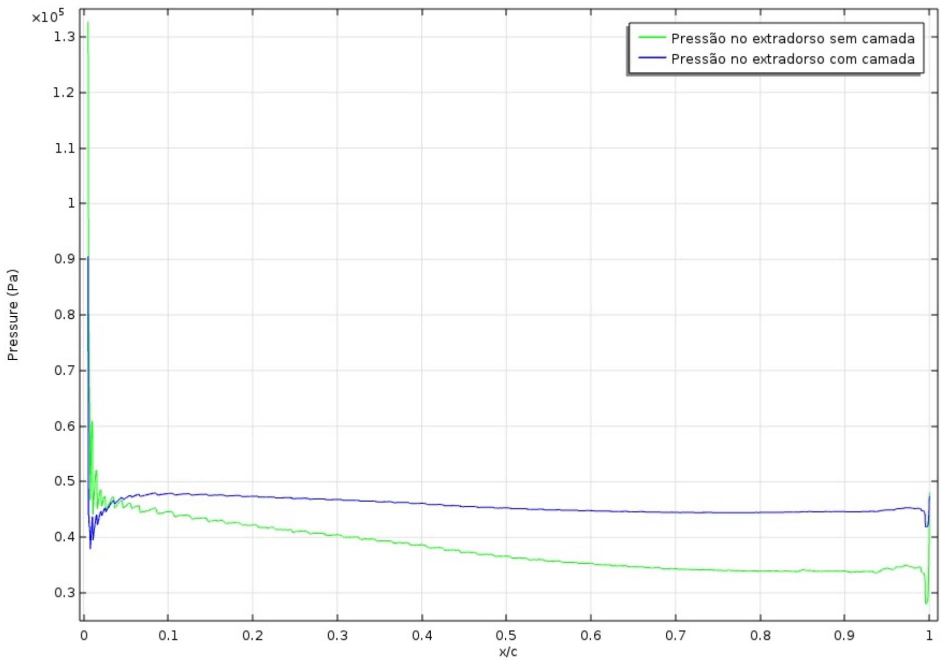

Figura 38 – Pressão no extradorso do NACA 64A004.29 (comparativo).

Na Figura 39 percebeu-se o mesmo padrão de comportamento da pressão com relação à Figura 38. Porém, aquela exibe a pressão em termos relativos, representado pelo coeficiente de pressão Cp.

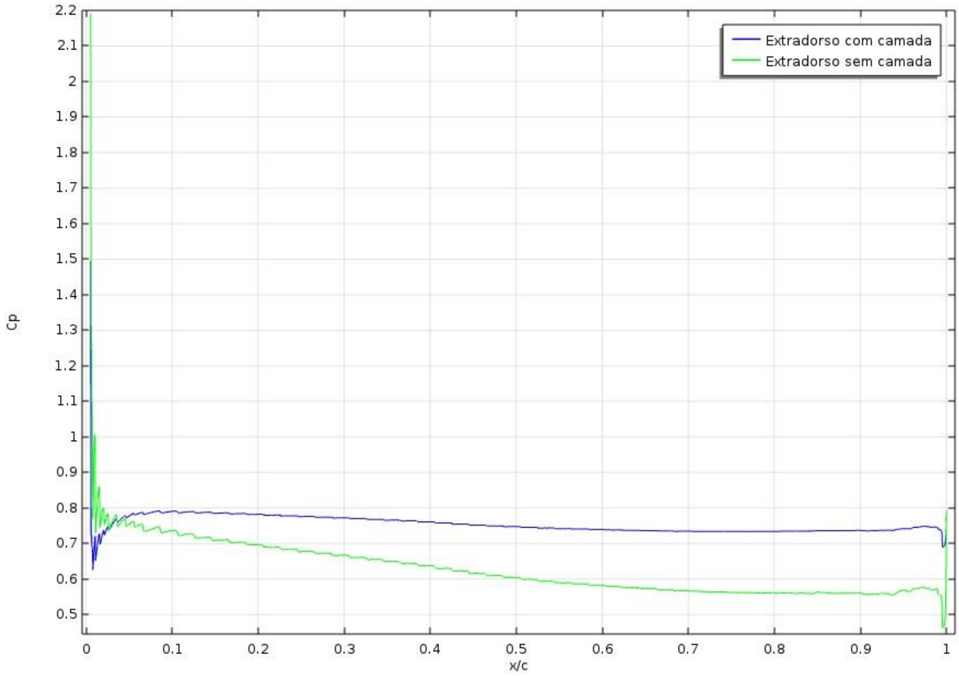

Figura 39 – Coeficiente de pressão no extradorso do NACA 64A004.29 (comparativo).

A partir das análises de distribuição de velocidade e pressão ao longo do extradorso, verificou-se que a camada interna porosa proposta em tal superfície do aerofólio proporcionou uma otimização do campo de velocidade e do pico de pressão, gerando um aumento da primeira e uma redução do segundo. Dessa forma, pode-se conseguir um incremento na força de sustentação da asa de aeronave, concedendo ganhos aerodinâmicos em voos supersônicos.

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusões

Fez-se nesse trabalho uma simulação do aerofólio modelo NACA 0012 e 64A004.29, buscando avaliar o comportamento aerodinâmico do ar atmosférico ao redor de tais seções de asa. Para o primeiro caso (subsônico), usou-se a malha quadrangular estruturada ajustada ao domínio adotado. A distribuição de velocidade foi obtida levando em consideração a característica do escoamento, empregando o modelo de turbulência k-ε. Quanto ao segundo caso (supersônico), empregou-se uma adequada malha triangular (não estruturada) no domínio com formato quadrático, com distribuição mais refinada na superfície do dispositivo.

Em regime subsônico, obteve-se, para o NACA 0012, campo de velocidade para os diferentes ângulos de ataque escolhidos (0, 2°, 4°, 6°, 8°, 10°, 12° e 14°), dando maior ênfase ao ângulo de ataque 14°, para a visualização das linhas de escoamento bem como localização da velocidade máxima. Fez-se um comparativo entre o modelo investigado e os resultados experimentais de Ladson (1988), e Gregory e O'Reilly (1970). Com respeito a este comparativo, percebeu-se uma boa concordância entre os valores numéricos e os dados de tais literaturas. Ainda sob as mesmas condições de escoamento, confrontou-se os modelos de perfil de asas expostos.

Em regime supersônico, conseguiu-se, para o NACA 64A004.29, distribuição de velocidade, pressão e temperatura do modelo com ângulo de ataque de 6 graus. A verificação de convergência dos resultados numéricos registrou redução de erro a menos de 10^{-4}. Foi possível identificar os valores numéricos que representam a área crítica dessas variáveis. No caso da distribuição de velocidade, houve velocidade máxima (440 m/s) nas proximidades do extradorso e velocidade mínima (14.5 m/s) no bordo de ataque. Constatou-se a variação de velocidade, de forma detalhada, na superfície do perfil. No que diz respeito à pressão, notou-se maior distribuição na região inferior da seção de asa e menor distribuição na região superior. Quanto à temperatura, notou-se menor magnitude ao redor do extradorso.

Ainda em regime supersônico, introduziu-se uma camada interna porosa no extradorso do aerofólio e comparou-se essa superfície com aquela sem camada. Observou-se que a camada porosa proporciou ganho de sustentação na seção de asa, onde se avaliou campo de velocidade e pressão, podendo contribuir para um aprimoramento dos parâmetros aerodinâmicos e melhor rendimento de aeronaves em voos supersônicos.

Esta pesquisa resultou na patente BR 10 2015 026140-3, sob o título “Aerofólio maximizador de força de sustentação por incorporação de camada superficial porosa”, sendo uma inovação resguardada por direito internacional de prioridade e propriedade industrial, de exclusiva propriedade dos inventores e autores da patente, Flávio Pietrobon Costa e Luiz Justino da Silva Júnior, sendo passível de ação judicial toda e qualquer cópia deste conhecimento, sem autorização prévia destes titulares da patente, ou sua aplicação ou uso com qualquer finalidade industrial ou comercial, sem aquela autorização ou contratação.

5.2 Trabalhos futuros

Pretende-se, como trabalho futuro, empregar os modelos de turbulência k-ω e Spalart-Allmaras de modo a investigar a precisão com que tais métodos representam o escoamento sobre o aerofólio NACA 0012, como relação ao modelo k-ε, e compará-los com dados experimentais de referência. Também se propõe a investigar o escoamento com alto número de Mach, para o NACA 64A004.29, defrontando o modelo de turbulência de uma equação com o de duas equações.

Outra proposta futura é modificar os valores numéricos de permeabilidade e do coeficiente adimensional da equação na camada de interface fluido-porosa, visando-se identificar de que modo o campo de velocidade e pressão se alteram no extradorso com camada porosa. Adicionalmente, pretende-se identificar o aperfeiçoamento, no que diz respeito aos parâmetros aerodinâmicos, no aerofólio.

Uma análise numérica tridimensional tende a ser realizada, posteriormente, com a asa de aeronave baseada nos modelos NACAs estudados, de modo a permitir uma investigação mais realística.

REFERÊNCIAS

ABBOTT, I. H.; VON DOENHOFF, A. E. **Theory of Wing Sections: Including a Summary of Airfoil Data.** New York: Dover Publications, Inc., 1949.

ANDERSON JUNIOR, J. D. **Fundamentals of Aerodynamics.** 3. ed. McGraw-Hill, 2001.

BATHE, K-J. **Finite Element Procedures.** New Jersey: Prentice Hall, 1996.

BANCO DE DADOS DE AEROFÓLIOS. Disponível em: <http://airfoiltools.com>. Acesso em 22 set. 2015.

BEAR, J. **Dynamic of Fluids in Porous Media.** New York: American Elsevier Publishing Company, Inc., 1972.

BEAVERS, G.S.; JOSEPH, D. D. Boundary condition at a naturally permeable wall. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 30, p. 197-207, 1967.

CAÇA GRIPEN NG. Disponível em: <http:\\www.mediaportal.saabgroup.com>. Acesso em: 12 jun. 2014.

ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications.** 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2014.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Numerical Methods for Engineers**. 6. ed. New York: McGraw-Hill Interamericana, 2010.

CHEN, C.L. et al. **Numerical Study of Porous Airfoils in Transonic Flow.** Virginia: NASA Langley Research Center, 1985.

CHUNG, T. J. **Computational Fluids Dynamics.** United Kingdom: Cambridge University Press, 2002.

CIVAN, F. **Porous Media Transport Phenomena.** New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 2011.

DE BORTOLI, A. L. Multigrid based aerodynamical simulations for the NACA 0012 airfoil. **Applied Numerical Mathematics,** v. 40, p. 337-349, 2002.

F-22 RAPTOR. Disponível em: < http://www.lockheedmartin.com /us/ products/ f22.html>. Acesso em 18 ago. 2015.

FEIJÓO, R. A.; TAROCO, E.; PADRA, C. **Métodos Variacionais.** Rio de Janeiro: Laboratório Nacional de Computação Científica, 2003.

FIDKOWSKI, K. J.; DARMOFAL, D. L. A triangular cut-cell adaptive method for high-order discretizations of the compressible Navier-Stokes equations. **Journal of Computational Physics,** v. 225, p. 1653-1672, 2007.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. **Um Primeiro Curso em Elementos Finitos.** Rio de Janeiro: LTC, 2009.

FOX, R.W.; PRITCHARD, P. J.; MCDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

Gregory, N.; O'Reilly, C. L. Low-Speed Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Aerofoil Section, including the Effects of Upper-Surface Roughness Simulating Hoar Frost. A.R.C., R. & M. no. 3726, 1970.

HOFFMAN, J. D. **Numerical Methods for Engineers and Scientists**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1992.

HOMA, J. **Aerodinâmica e Teoria de Voo: Noções Básicas.** 28. ed. São Paulo: ASA, 2010.

JAMET, M. C. D. Boundary condition at planar fluid-porous interface for a Poiseuille flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer,** v. 49, p. 2137-2150, 2006.

LADSON, C. L. Effects of Independent Variation of Mach and Reynolds Numbers on the Low-Speed Aerodynamic Characteristics of the NACA 0012 Airfoil Section. **NASA TM 4074**, 1988.

MUSKAT, M.; WYCKOFF, R. D. **The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media.** USA: McGraw-Hill, 1946.

NARASAIAH, G. Lakshmi. **Finite Element Analysis.** Hyderabad: BS Publications, 2008.

ORANG, A. A.; PAYKANI, A. Modified Characteristics-Based Schemes for Compressible Flow Past an Airfoil. **Journal of Mechanics,** v. 28, n. 4, p. 627-635, 2012.

PATIL, M. G. et al. Analysis of Shock over NACA 66-206 at Supersonic Regime. **Advances in Aerospace Science and Applications**, v. 3, n. 2, p. 125-130, 2013.

PIETROBON-COSTA, F.; GALEÃO, A. C. N. R.; BEVILACQUA, L. Convergence analysis of an iterative stabilized FEM model applied to coupled superficial to subsurface flow problems. In: IBERO LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, 34., 2013, Perinópolis, GO. **Anais...** Belo Horizonte, MG: ABMEC, 2013.

PIETROBON-COSTA, F. **Um modelo iterativo em elementos finitos estabilizados para solução de escoamento acoplado: canal com superfície livre e meio poroso subsuperficial.** 2009. 147f. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) – Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis, 2009.

POTTER, M. C.; WIGGERT, D.C.; RAMADAN, B.H. **Mechanics of Fluids**. 4. ed. USA: Cengage Learning, 2012.

REDDY, J.N. **An Introduction to the Finite Element Method.** 3 ed. New York: McGraw-Hill, 2006.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003.

SOUZA, M. A. S. F. de. **Simulação Numérica de Escoamento sobre Aerofólio utilizando Modelo de Turbulência de uma Equação.** 2009. 126 f. Tese (Mestrado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica) – Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos, 2009.

TU, J.; YEOH, G-H.; LIU, C. **Computational Fluids Dynamics: A Practical Approach.** 2. ed. Elsevier, 2013.

WELTY, J. R et al. **Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer**. 5. ed. USA: John Wiley & Sons Inc., 2007.

YOUNG, D. F. et al. **A Brief Introduction to Fluid Mechanics**. 5. ed. USA: John Wiley & Sons Inc., 2011.

APÊNDICE: TABELAS DE DADOS NUMÉRICOS

Tabela 3 – Pressão no extradorso do NACA 64A004.29 (M = 1.3 e α = 6°)

x/c	Pressão sem camada porosa (10^5 Pa)	Pressão com camada porosa (10^5 Pa)
0.00548	1.32722	0.90554
0.05023	0.45597	0.47092
0.10036	0.44569	0.47888
0.15037	0.42937	0.47543
0.20030	0.42231	0.47390
0.25019	0.41031	0.46982
0.30002	0.40478	0.46806
0.35081	0.39359	0.46382
0.40055	0.38636	0.46110
0.45025	0.37314	0.45535
0.50088	0.36629	0.45294
0.55049	0.35688	0.44929
0.60006	0.35274	0.44802
0.65059	0.34746	0.44608
0.70011	0.34353	0.44509
0.75059	0.34081	0.44451
0.80008	0.33958	0.44476
0.85030	0.34149	0.44603
0.90104	0.33944	0.44619
0.95035	0.34448	0.44925
1.00000	0.48114	0.47428

Tabela 4 – Velocidade no extradorso do NACA 64A004.29 (M = 1.3 e $\alpha = 6°$)

x/c	Velocidade sem camada porosa (m/s)	Velocidade com camada porosa (m/s)
0.00548	114.41706	218.79983
0.05023	350.37130	383.43397
0.10036	357.57047	381.47429
0.15037	357.42202	381.21947
0.20030	353.01145	379.97417
0.25019	353.09090	379.57060
0.30002	349.18799	378.19647
0.35081	349.41135	377.68036
0.40055	347.77305	376.58682
0.45025	350.16220	376.50052
0.50088	348.63192	374.90517
0.55049	349.02652	373.71481
0.60006	348.11274	371.86412
0.65059	347.67279	370.07941
0.70011	347.43906	368.07668
0.75059	346.00833	365.81210
0.80008	343.99189	363.30905
0.85030	342.81848	360.80332
0.90104	339.06401	358.07510
0.95035	334.32360	354.69714
1.00000	259.70131	317.27152